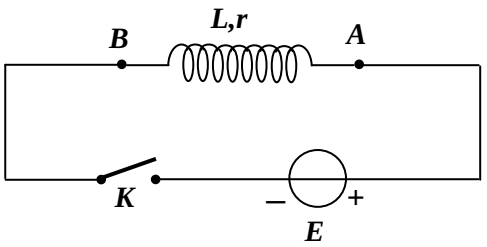
التمرين ❶: بكالوريا الجزائر 2008 – شعبة ر + ت رياضي

بغرض معرفة سلوك ومميزات وشيعة مقاومتها (r) وذاتيتها (L)، نربطها على التسلسل بمولد ذي توتر كهربائي ثابت $E = 4,5V$ وقاطعة K.

الشكل– 1.



الشكل–1–

- انقل مخطط الدارة على ورقة الإجابة وبيّن عليه جهة مرور التيار الكهربائي وجهتي السهمين الذين يمثلان التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة وبين طرفي المولد.
- في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K:

أ– بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي الشدة اللحظية $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة.

ب– بيّن أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلاً من الشكل:

$$i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{r}{L}\cdot t}\right)$$

حيث I_0 هي الشدة العظمى للتيار الكهربائي المار في الدارة.

- تعطى الشدة اللحظية للتيار الكهربائي بالعبارة: $i(t) = 0,45\left(1 - e^{-10t}\right)$

حيث (t) بالثانية و (i) بالآمبير. أحسب قيم المقادير الكهربائية التالية:

أ– الشدة العظمى (I_0) للتيار الكهربائي المار في الدارة.

ب– المقاومة (r) للوشيعة.

جـ– الذاتية (L) للوشيعة.

د– ثابت الزمن (τ) المميز للدارة.

- أ– ما قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم؟

ب– أكتب عبارة التوتر الكهربائي اللحظي بين طرفي الوشيعة.

جـ– أحسب قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة في اللحظة $t = 0,3\ s$.

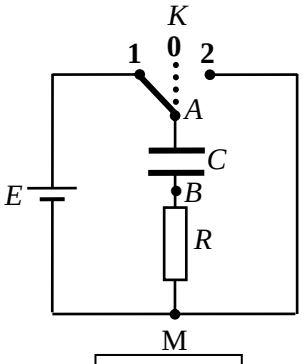
التمرين ❷: بكالوريا الجزائر 2008 – شعبة ر + ت رياضي

في حصة للأعمال المخبرية اقترح الأستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثلة في **الشكل– 2.**

لدراسة ثنائي القطب RC.

تتكون الدارة من العناصر الكهربائية التالية:

- مولد توتره الكهربائي ثابت $E = 12V$.
- مكثفة (غير مشحونة) سعتها $C = 1,0\ \mu F$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 5\times10^3\ \Omega$.
- بادلة K.



الشكل–2–

1– نجعل البادلة في اللحظة $t = 0$ على الوضع (1).

أ– ماذا يحدث للمكثفة؟

ب– كيف يمكن عمليًا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي u_{AB}؟

جـ– بيّن أن المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية عبارتها: $RC\dfrac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = E$.

د– أعط عبارة (τ) الثابت المميز للدارة، وبيّن باستعمال التحليل البعدي أنه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات (SI).

هـ– بيّن أن المعادلة التفاضلية السابقة (1– جـ) تقبل العبارة $u_{AB}(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلاً لها.

و– أرسم شكل المنحنى البياني الممثل للتوتر الكهربائي $u_{AB} = f(t)$ وبيّن كيفية تحديد τ من البيان.

ي– قارن بين قيمة التوتر u_{AB} في اللحظة $t = 5\tau$ و E. ماذا تستنتج؟

2– بعد الانتهاء من الدراسة السابقة، نجعل البادلة في الوضع (2).

أ– ماذا يحدث للمكثفة؟

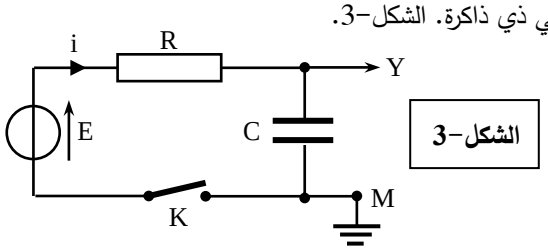
ب– أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية.

التمرين ❸: بكالوريا الجزائر 2008 – شعبة ع التجريبية

قصد شحن مكثفة مفرغة، سعتها C، نربطها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

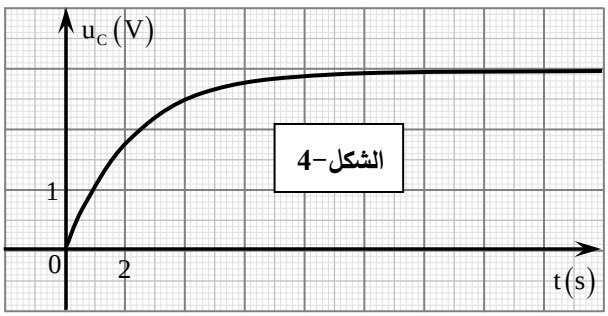
- مولد كهربائي ذو توتر ثابت $E = 3V$ مقاومته الداخلية مهملة.
- ناقل أومي مقاومته $R = 10^4\ \Omega$.
- قاطعة K.

لإظهار التطور الزمني للتوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة، نصلها براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة. الشكل–3.



الشكل–3

نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنى $u_C(t)$ الممثل في الشكل–5.



1– ما هي شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة $\Delta t = 15\ s$ من غلقها؟

2- أعط العبارة الحرفية لثابت الزمن τ ، وبيّن أن له نفس وحدة قياس الزمن.

3- عيّن بيانيًا قيمة τ واستنتج السعة C للمكثفة.

4- بعد غلق القاطعة (في اللحظة $t = 0$):

أ) أكتب عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة بدلالة $q(t)$ شحنة المكثفة.

ب) أكتب عبارة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة بدلالة الشحنة $q(t)$.

ج) بيّن أن المعادلة التفاضلية التي تعبر عن $u_C(t)$ تعطى بالعبارة:

$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E$.

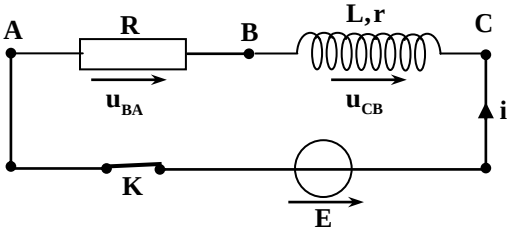
يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة بالعبارة:

$u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{A}}\right)$. استنتج العبارة الحرفية للثابت A. وما هو مدلوله الفيزيائي؟

التمرين ❹: بكالوريا الجزائر 2008 – شعبة ع التجريبية

تحتوي الدارة الكهربائية المبينة في الشكل – 5 على:

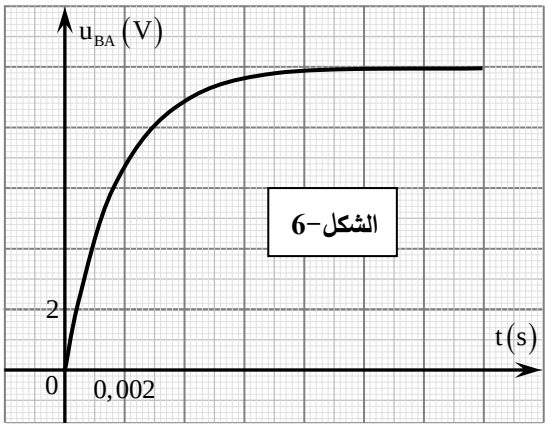
- مولد توتره الكهربائي ثابت $E = 12V$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 10\ \Omega$.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.
- قاطعة K.



الشكل–5

1- نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة لإظهار التوترين الكهربائيين (u_{BA}) و (u_{CB}). بيّن على مخطط الدارة الكهربائية، كيف يتم ربط الدارة الكهربائية بمدخلي هذا الجهاز؟

2- نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$. يمثل الشكل– 6، المنحنى $u_{BA} = f(t)$ المشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي.



الشكل–6

عندما تصبح الدارة في حالة النظام الدائم، أوجد قيمة:

أ) التوتر الكهربائي (u_{BA}).

ب) التوتر الكهربائي (u_{CB}).

ج) الشدة العظمى للتيار المار في الدارة.

3- بالاعتماد على البيان (الشكل – 6) استنتج:

أ) قيمة (τ) ثابت الزمن المميز للدارة.

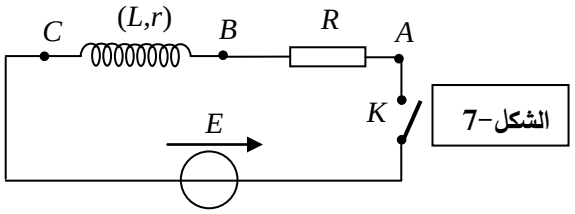
ب) مقاومة وذاتية الوشيعة.

4- أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة.

التمرين ❺: بكالوريا الجزائر 2009 – شعبة ر + ت رياضي

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية:

- مولد ذي توتر ثابت $(E = 12V)$.
- وشيعة ذاتيتها $(L = 300\ mH)$ ومقاومتها $(r = 10\ \Omega)$.
- ناقل أومي مقاومته $(R = 110\ \Omega)$.
- قاطعة K. (الشكل– 7)



الشكل–7

1- في اللحظة $(t = 0s)$ نغلق القاطعة (K):

أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي المار في الدارة.

2- كيف يكون سلوك الوشيعة في النظام الدائم؟ وما هي عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 الذي يجتاز الدارة؟

3- باعتبار العلاقة $i = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال–1:

أ– أوجد العبارة الحرفية لكل من A و τ.

ب– استنتج عبارة التوتر الكهربائي u_{BC} بين طرفي الوشيعة.

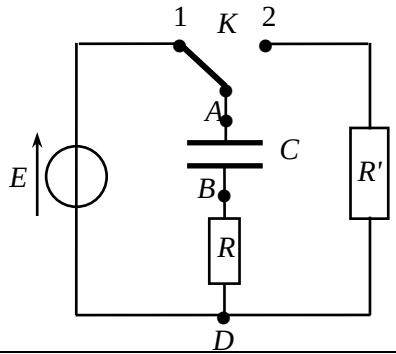
4- أ– أحسب قيمة التوتر الكهربائي u_{BC} في النظام الدائم.

ب– أرسم كيفيا شكل البيان $u_{BC} = f(t)$.

التمرين ❻: بكالوريا الجزائر 2009 – شعبة ر + ت رياضي

نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المرفق باستعمال التجهيز:

- مكثفة سعتها C غير مشحونة.
- ناقلين أوميين مقاومتيهما $R = R' = 470\ \Omega$.
- مولد ذي توتر ثابت E.
- بادلة K، أسلاك توصيل.



1- نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة $t = 0$:

أ- بيّن على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم مثّل بالأسهم التوترين u_C ، u_R.

ب- عبّر عن u_C و u_R بدلالة شحنة المكثفة $q = q_A$ ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q.

جـ- تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل:

$q(t) = A(1-e^{-\alpha t})$. عبّر عن A و α بدلالة E، R و C.

د- إذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة $5V$. استنتج قيمة E.

هـ- عندما تشحن المكثفة كليا، تخزن طاقة $E_C = 5\,mJ$. استنتج سعة المكثفة C.

2- نجعل البادلة الآن عند الوضع (2):

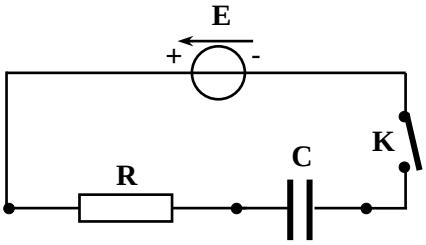
أ- ماذا يحدث للمكثفة؟

ب- قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة K.

التمرين ❼: بكالوريا الجزائر 2009 – شعبة ع التجريبية

تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل- 8 من العناصر التالية موصولة على التسلسل:

- مولد كهربائي توتره ثابت $E = 6V$.
- مكثفة سعتها $C = 1,2\,\mu F$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 5\,K\Omega$.



الشكل-8

1- بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي تربط بين: $u_C(t)$، $\frac{du_C(t)}{dt}$، E، R و C.

2- تحقق إن كانت المعادلة التفاضلية المحصل عليها تقبل العبارة: $u_C(t) = E(1-e^{-\frac{1}{RC}t})$ كحل لها.

3- حدد وحدة المقدار RC ؛ ما مدلوله العملي بالنسبة للدارة الكهربائية؟ اذكر اسمه.

4- أحسب قيمة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ في اللحظات المدونة في الجدول التالي:

$t(ms)$	0	6	12	18	24
$u_C(t)$ (V)					

5- أرسم المنحنى البياني $u_C(t) = f(t)$.

6- أوجد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة: E، R و C ثم أحسب قيمتها في اللحظتين: $t = 0$ و $t \to \infty$.

7- اكتب عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة، أحسب قيمتها عندما $(t \to \infty)$.

التمرين ❽: بكالوريا الجزائر 2009 – شعبة ع التجريبية

لدينا مكثفة سعتها $C = 1,0\times10^{-1}\,\mu F$ مشحونة مسبقا بشحنة كهربائية مقدارها $q = 0,6\times10^{-6}\,C$ وناقل أومي مقاومته $R = 15\,k\Omega$.

نحقق دارة كهربائية على التسلسل باستعمال المكثفة والناقل الأومي وقاطعة K. في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة:

1- أرسم مخطط الدارة الموصوفة سابقا.

2- مثّل على المخطط جهة مرور التيار الكهربائي في الدارة.

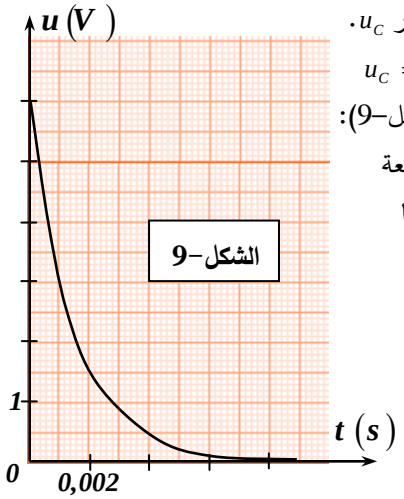
3- أوجد علاقة بين u_R و u_C.

4- بالاعتماد على قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة u_C.

5- إن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل: $u_C = a\times e^{b.t}$ حيث a و b ثابتين يطلب تعيين قيمة كل منهما.

6- أكتب العبارة الزمنية للتوتر u_C.

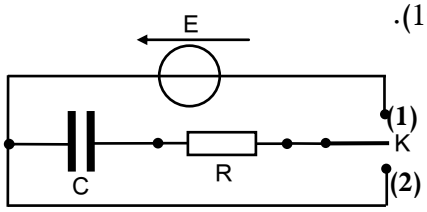
7- إن العبارة الزمنية $u_C = f(t)$ تسمح برسم البيان (الشكل-9): اشرح على البيان الطريقة المتبعة للتأكد من القيم المحسوبة سابقا (السؤال – 5).



التمرين ❾: بكالوريا الجزائر 2010 – شعبة ر + ت رياضي

بغرض شحن مكثفة فارغة سعتها C، نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

- مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E = 5V$ ومقاومته الداخلية مهملة.
- ناقل أومي مقاومته $R = 120\,\Omega$.
- بادلة K (الشكل- 10).



(الشكل- 10)

1- لمتابعة تطور التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن، نوصل مقياس فولط-متر رقمي بين طرفي المكثفة وفي اللحظة $t = 0$، نضع البادلة في الوضع (1). و بالتصوير المتعاقب تم تصوير شاشة جهاز الفولط-متر الرقمي لمدة معينة وبمشاهدة شريط الفيديو ببطء سجلنا النتائج التالية:

$t\,(ms)$	0	4	8	16	20	24
$u_C\,(V)$	0	1,0	2,0	3,3	3,8	4,1
$t\,(ms)$	32	40	48	60	68	80
$u_C\,(V)$	4,5	4,8	4,9	5,0	5,0	5,0

أ- أرسم البيان $u_C = f(t)$.

ب- عيّن بيانيا قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC واستنتج قيمة السعة C للمكثفة.

2- كيف تتغير قيمة ثابت الزمن τ في الحالتين؟

- الحالة (أ): من أجل مكثفة سعتها C' حيث $C' > C$ و $R = 120\ \Omega$.
- الحالة (ب): من أجل مكثفة سعتها C'' حيث $C'' = C$ و $R' < 120\ \Omega$.

ارسم، كيفيا، في نفس المعلم المنحنيين (1) و (2) المعبرين عن $u_C(t)$ في الحالتين (أ) و(ب) السابقتين.

3- أ- بيّن أن المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$ تعطى بالعبارة: $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R}$.

ب- يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعبارة $q(t) = A \cdot e^{\alpha t} + \beta$، حيث: A، α و β ثوابت يطلب تعيينها، علما أنه في اللحظة $t = 0$ تكون $q(0) = 0$.

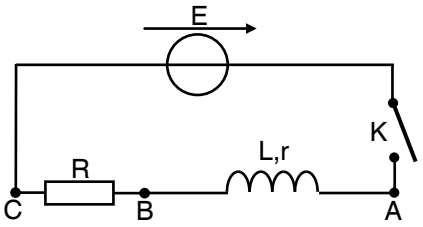
4- المكثفة مشحونة، نضع البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها كمبدأ للأزمنة:

أ- أحسب في اللحظة $t = 0$، الطاقة الكهربائية المخزنة E_0 في المكثفة.

ب- ما هو الزمن الذي من أجله تصبح الطاقة المخزنة في المكثفة $E = \frac{E_0}{2}$؟

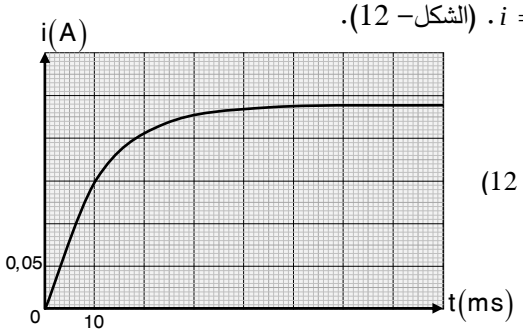
التمرين ⓾: بكالوريا الجزائر 2010 – شعبة ر + ت رياضي

تتكون دارة كهربائية من العناصر التالية مربوطة على التسلسل: وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r، ناقل أومي مقاومته $R = 17,5\ \Omega$، مولد ذي توتر كهربائي ثابت $E = 6,00\,V$، قاطعة كهربائية K. (الشكل-11).



(الشكل- 11)

نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$. سمحت برمجية للإعلام الآلي بمتابعة تطور شدة التيار الكهربائي المار في الدارة مع مرور الزمن ومشاهدة البيان: $i = f(t)$. (الشكل- 12).



(الشكل- 12)

1- بالاعتماد على البيان:

أ- استنتج قيم كل من شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم، وقيمة ثابت الزمن τ للدارة.

ب- أحسب كل من المقاومة r والذاتية L للوشيعة.

2- في النظام الانتقالي:

أ- بتطبيق قانون التوترات، أثبت أن: $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{I_0}{\tau}$

حيث I_0 شدة التيار في النظام الدائم.

ب- بيّن أن حل المعادلة هو من الشكل: $i = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

3- نغير الآن قيمة الذاتية L للوشيعة وبمعالجة المعطيات ببرمجية إعلام آلي نسجل قيم τ، ثابت الزمن للدارة، لنحصل على جدول القياسات التالي:

$\tau(ms)$	4	8	12	20
$L(H)$	0,1	0,2	0,3	0,5

أ- أرسم البيان $L = h(\tau)$.

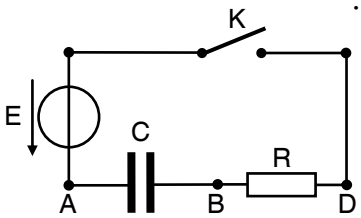
ب- أكتب معادلة البيان.

جـ- استنتج قيمة مقاومة الوشيعة r. هل تتوافق هذه القيمة مع القيمة المحسوبة في السؤال 1- ب؟

التمرين 11: بكالوريا الجزائر 2010 – شعبة ر + ت رياضي

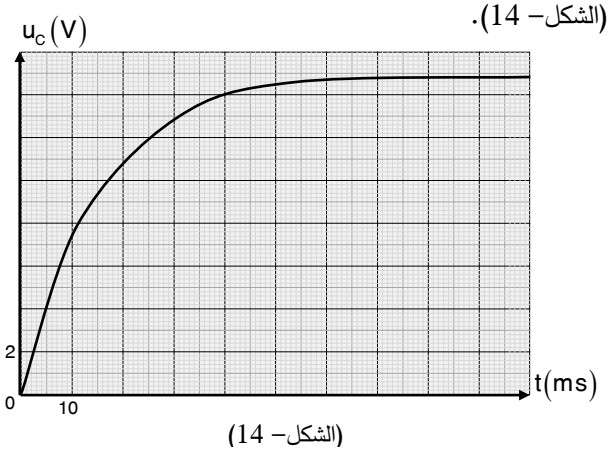
نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية:

- ناقل أومي مقاومته $R = 500\ \Omega$.
- مكثفة سعتها C غير مشحونة.
- مولد ذي توتر كهربائي ثابت E.
- قاطعة K (الشكل- 13).



(الشكل- 13)

مكنت متابعة تطور التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة من رسم البيان (الشكل- 14).



(الشكل- 14)

1- عمليا يكتمل شحن المكثفة عندما يبلغ التوتر الكهربائي بين طرفيها 99% من قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد.

اعتمادا على البيان:

أ- عيّن قيمة ثابت الزمن τ وقيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد ثم أحسب سعة المكثفة C.

ب– حدّد المدة الزمنية t' لاكتمال عملية شحن المكثفة.

جـ– ما هي العلاقة بين t' و τ ؟

2– بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة: $u_{AB}=u_C(t)$، ثم بيّن أنها تقبل حلا من الشكل: $u_C(t)=E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$.

3– أوجد قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة $E_{(C)}$ في المكثفة عند اللحظات: $t_0=0$، $t_1=\tau$ و $t_2=5\tau$.

4– توقع (برسم كيفي) شكل المنحنى $E_{(C)}=f(t)$.

التمرين 12: بكالوريا الجزائر 2010 – شعبة ع التجريبية

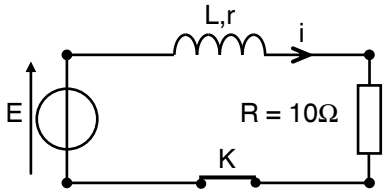
نريد تعيين (L,r) مميزتي وشيعة، نربطها في دارة كهربائية على التسلسل مع:

- مولد كهربائي ذي توتر كهربائي ثابت $E=6V$.
- ناقل أومي مقاومته $R=10\ \Omega$.
- قاطعة K (الشكل– 15).

1– نغلق القاطعة K، أكتب عبارة كل من:

u_R: التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R.

u_b: التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة.



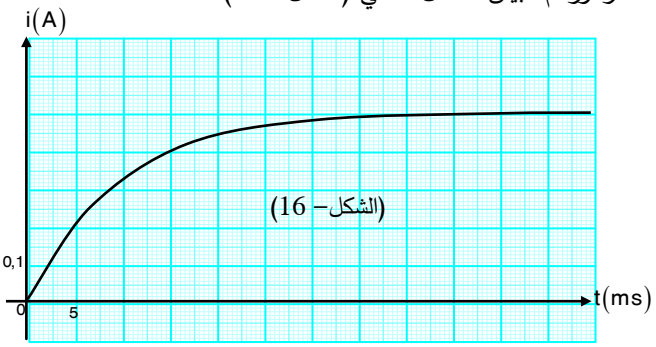
(الشكل– 15)

2– بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية للتيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة.

3– بيّن أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل:

$$i(t)=\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\left(\frac{R+r}{L}\right)t}\right).$$

4– مكنت الدراسة التجريبية بمتابعة تطور شدة التيار الكهربائي المار في الدارة ورسم البيان الممثل له في (الشكل– 16).



(الشكل– 16)

بالاستعانة بالبيان أحسب:

أ– المقاومة r للوشيعة.

ب– قيمة τ ثابت الزمن، ثم استنتج قيمة L ذاتية الوشيعة.

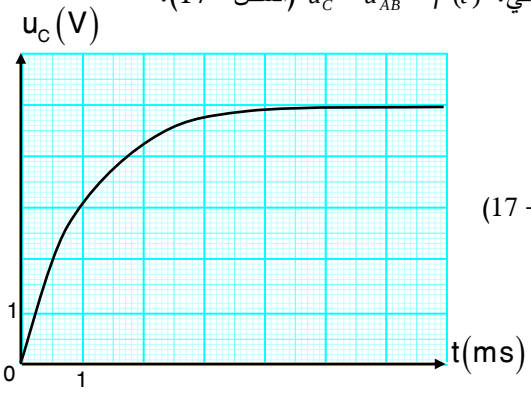
5– أحسب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشيعة في النظام الدائم.

التمرين 13: بكالوريا الجزائر 2010 – شعبة ع التجريبية

نحقق دارة كهربائية على التسلسل تتكون من:

- ناقل أومي مقاومته $R=100\ \Omega$.
- مكثفة سعتها C.
- مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E=5V$.
- قاطعة K.

نوصل طرفي المكثفة A و B إلى واجهة دخول لجهاز إعلام آلي وعولجت المعطيات ببرمجية "*Microsoft Excel*" وتحصلنا على المنحنى البياني: $u_C=u_{AB}=f(t)$ (الشكل– 17).



(الشكل– 17)

1– اقترح مخططا للدارة موضحا اتجاه التيار ثم مثل بسهم كلا من التوترين: u_R و u_C.

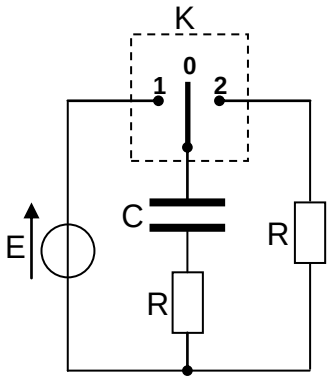
2– عيّن قيمة ثابت الزمن τ للدارة وما مدلوله الفيزيائي؟ استنتج قيمة سعة المكثفة C.

3– أحسب شحنة المكثفة عند بلوغ الدارة للنظام الدائم.

4– لو استبدلنا المكثفة السابقة بمكثفة أخرى سعتها $C'=2C$، أرسم، كيفيا في نفس المعلم السابق شكل المنحنى $u_{C'}=g(t)$ الذي يمكن مشاهدته على شاشة الجهاز مع التعليل.

التمرين 14: بكالوريا الجزائر 2011 – شعبة ر + ت رياضي

نحقق الدارة (الشكل–18) والتي تتكون من مولد لتوتر ثابت $E=6,0V$، ومكثفة سعتها $C=250\ \mu F$ وناقلين أوميين متماثلين مقاومة كل منهما $R=200\ \Omega$ وبادلة K.



الشكل–18

<u>أولا:</u> نضع البادلة على الوضع 1:

1– أ– أعد رسم الدارة (الشكل–18) مبينا عليها جهة انتقال حاملات الشحنة وما طبيعتها؟ حدّد شحنة كل لبوس وجهة التيار.

ب– ذكّر بالعلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$ والعلاقة بين $u_C(t)$ و $q(t)$ ثم استنتج العلاقة بين $i(t)$ و $u_C(t)$.

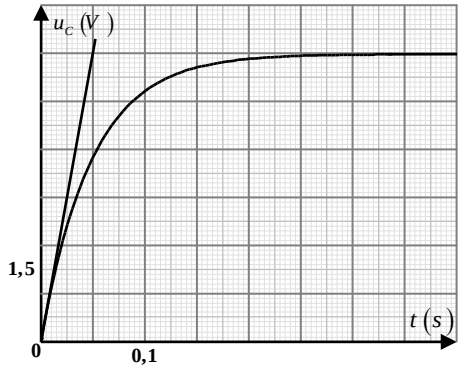
2– أ– أوجد العلاقة بين $u_R(t)$ و $u_C(t)$ وبيّن أن المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$ هي من الشكل: $\tau_1\frac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=A$.

ب– أوجد القيمة العددية لكل من τ_1 و A.

جـ– أوجد من المعادلة التفاضلية وحدة τ_1. عرّفه.

3– أ– اقرأ على المنحنى البياني (الشكل–19) قيمة ثابت الزمن τ_1، وقارنها بالقيمة المحسوبة سابقا.

ب– حدّد بيانيا المدة الزمنية Δt الصغرى اللازمة لاعتبار المكثفة عمليا مشحونة. قارنها مع τ_1.



الشكل–19

ثانيا: نضع البادلة على الوضع 2 :

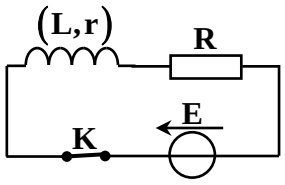
أ– ما هي الظاهرة الفيزيائية التي تحدث؟ أكتب المعادلة التفاضلية لـ $u_C(t)$ الموافقة.

ب– أحسب τ_2 ، قارنها بـ τ_1 . ماذا تستنتج؟

جـ– مثّل بشكل تقريبي المنحنى البياني لتغير $u_C(t)$ مستعينا بالقيم المميزة.

التمرين 15: بكالوريا الجزائر 2011 – شعبة ر + ت رياضي

بهدف تعيين الثابتين $(L\,,r)$ المميزين لوشيعة، نحقق الدارة الكهربائية (الشكل–20)، حيث: $E=9V$ و $R=45\,\Omega$. في اللحظة $t_1=0\,s$ نغلق القاطعة K .



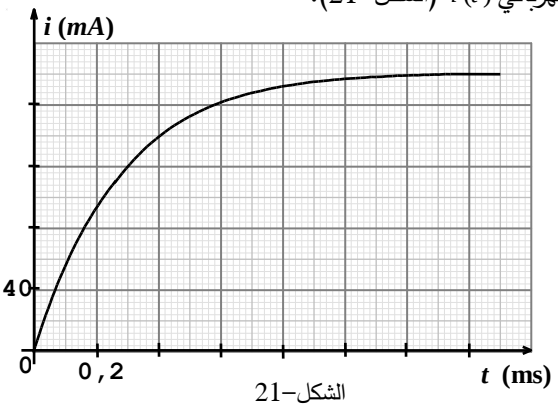
الشكل–20

1– باستخدام قانون جمع التوترات، بيّن أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي هي: $\dfrac{di(t)}{dt}+\dfrac{1}{\tau}i(t)=\dfrac{E}{L}$

2– العبارة $i(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة. أوجد الثابت A . ماذا يمثل؟

3– عبّر عن ثابت الزمن τ بدلالة L ، r و R وبيّن بالتحليل البعدي أنه متجانس مع الزمن.

4– بواسطة لاقط آمبيرمتر موصول بالدارة و مرتبط بواجهة دخول لجهاز إعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة نحصل على التطور الزمني للتيار الكهربائي $i(t)$ (الشكل–21).



الشكل–21

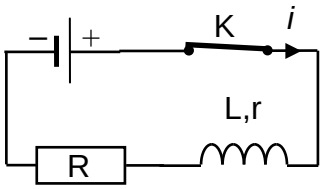
أ– أوجد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ ، مع شرح الطريقة المتبعة.

ب– أوجد قيمة المقاومة r ، ثم أحسب قيمة ذاتية الوشيعة L .

5– أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة.

التمرين 16: بكالوريا الجزائر 2011 – شعبة ع التجريبية

تحتوي دارة على العناصر الكهربائية التالية مربوطة على التسلسل (الشكل–22)



الشكل–22

– مولد ذي توتر ثابت.

– وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r .

– ناقل أومي مقاومته $R=100\,\Omega$.

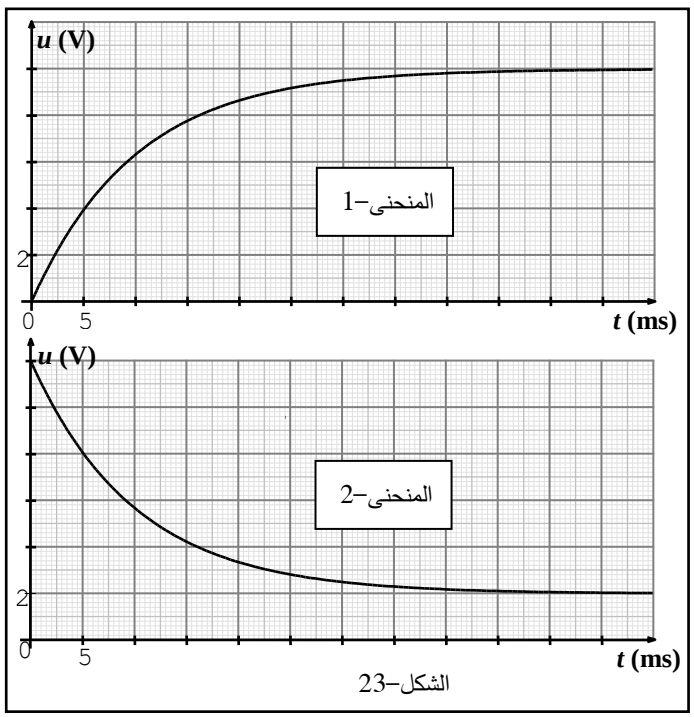
– قاطعة K .

للمتابعة الزمنية لتطور التوتر بين طرفي كل من الوشيعة $u_b(t)$ والناقل الأومي $u_R(t)$ نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة.

1– أ– بيّن كيف يمكن ربط راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة لمشاهدة كل من $u_b(t)$ و $u_R(t)$؟

ب– نغلق القاطعة في اللحظة $t=0\,ms$ فنشاهد على الشاشة البيانين الممثلين للتوترين $u_b(t)$ و $u_R(t)$ (الشكل–23).

– أنسب كل منحنى للتوتر الموافق له مع التعليل.



الشكل–23

2– أ– أثبت أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة تكون من الشكل: $\dfrac{di(t)}{dt}+Ai(t)=B$

ب– أعط عبارة كل من A و B بدلالة E ، L ، r و R .

جـ– تحقق من أن العبارة $i(t)=\dfrac{B}{A}\left(1-e^{-At}\right)$ هي حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.

د– أحسب شدة التيار في النظام الدائم I_0 .

هـ– أحسب قيم كل من E ، r ، τ و L .

و– أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة.

التمرين 17: بكالوريا الجزائر 2011 – شعبة ع التجريبية

مكثفة سعتها C شحنت كليا تحت توتر ثابت $E = 6V$. من أجل معرفة سعتها C نقوم بتفريغها في ناقل أومي مقاومته $R = 4\,k\Omega$.

1- أرسم مخطط دارة التفريغ.

2- لمتابعة تطور التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة خلال الزمن نستعمل جهاز فولطمتر رقمي وميقاتية إلكترونية.

أ- كيف يتم ربط جهاز الفولطمتر في الدارة؟

نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0\,ms$ ونسجل نتائج المتابعة في الجدول التالي:

$t\,(ms)$	0	10	20	30	40
$u_C\,(V)$	6,00	4,91	4,02	3,21	2,69
$t\,(ms)$	60	80	100	120	
$u_C\,(V)$	1,81	1,21	0,81	0,54	

ب- أرسم المنحنى البياني الممثل للدالة $u_C = f(t)$ على ورقة مليمترية، أرفقها مع ورقة إجابتك.

جـ- عيّن بيانيا قيمة ثابت الزمن τ.

د- أحسب سعة المكثفة C.

3- أ- بتطبيق قانون جمع التوترات، أكتب المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$.

ب- المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة $u_C(t) = Ae^{-\alpha t}$ حلا لها، حيث α ، A ثابتان يطلب تعيينهما.

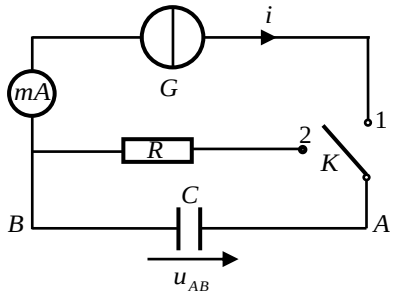
التمرين 18: بكالوريا الجزائر 2012 – شعبة ر + ت رياضي

اقترح أستاذ على تلامذته تعيين سعة مكثفة C بطريقتين مختلفتين:

الطريقة الأولى: شحن المكثفة بتيار مستمر ثابت الشدة.

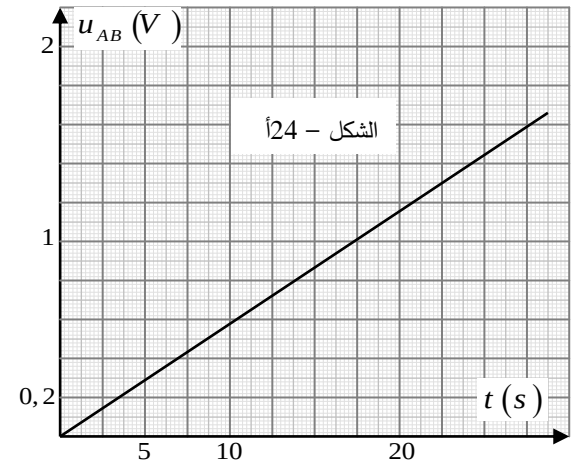
الطريقة الثانية: تفريغ المكثفة في ناقل أومي.

لهذا الغرض تم تحقيق التركيب المرفق الموالي:



أولا: المكثفة في البداية فارغة.

نضع في اللحظة $t = 0$، البادلة K في الوضع (1)، فتشحن المكثفة بالمولد G الذي يعطي تيارا ثابتا شدته $i = 0,31\,mA$.



بواسطة جهاز $ExAO$ تمكنّا من مشاهدة المنحنى البياني لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t (الشكل– 24أ).

أ- أعط عبارة التوتر u_{AB} بدلالة شدة التيار i المار في الدارة، وسعة المكثفة C والزمن t.

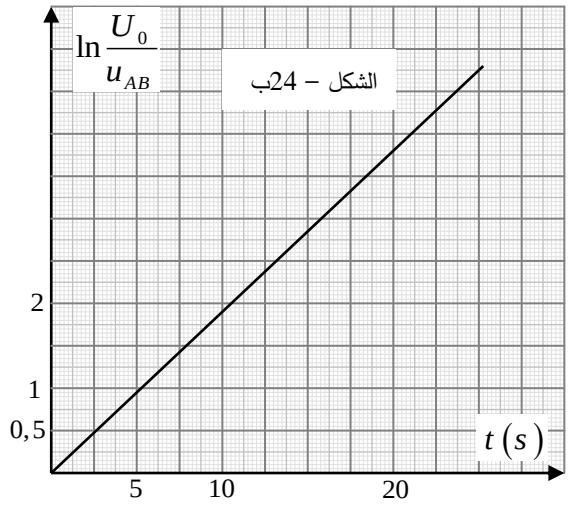
ب- جد قيمة C سعة المكثفة.

ثانيا: عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساويا إلى القيمة $U_0 = 1,6V$، نضع البادلة K في الوضع (2) في لحظة نعتبرها من جديد $t = 0$، فيتم تفريغ المكثفة في ناقل أومي مقاومته $R = 1\,k\Omega$.

أ- جد المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{AB}. علماً أن حلها:

$u_{AB} = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$.

ب- أثناء تفريغ المكثفة، سمح جهاز $ExAO$ من متابعة تطور التوتر الكهربائي u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t. بواسطة برمجية مناسبة تمكنّا من الحصول على المنحنى البياني (الشكل – 24ب).



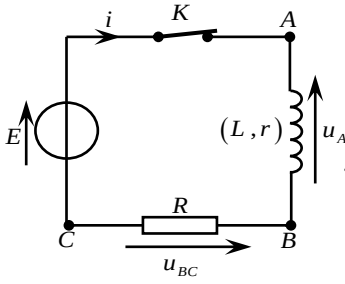
جد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ للدارة، ثم استنتج قيمة سعة المكثفة C.

التمرين 19: بكالوريا الجزائر 2012 – شعبة ر + ت رياضي

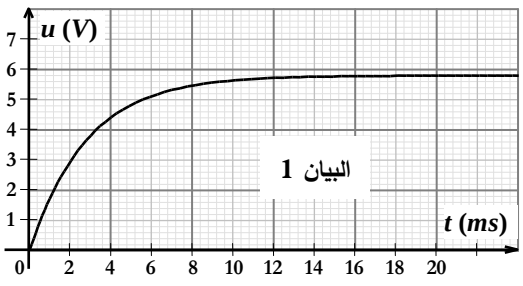
تتكون دارة كهربائية (الشكل– 25) مما يلي:

- مولد توتر مستمر قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$.
- قاطعة K.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها $r = 10\,\Omega$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 200\,\Omega$.

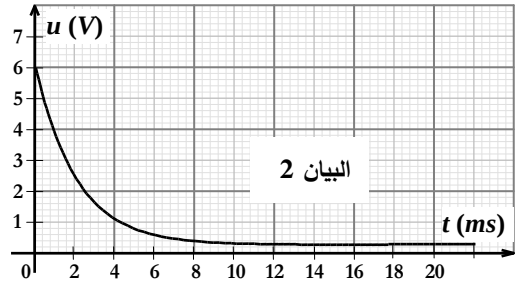
في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K، وبواسطة الـ $ExAO$ يمكن معاينة التوتر الكهربائي u_{AB} و u_{BC} (الشكل– 26) و(الشكل– 27).



الشكل –25



الشكل–26



الشكل–27

1– ما هو الجهاز الذي يمكن وضعه بدلا من $ExAO$ لتسجيل المنحنيات السابقة؟

2– اكتب عبارة u_{AB} بدلالة $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$.

3– اكتب عبارة u_{BC} بدلالة $i(t)$.

4– انسب كل منحنى بياني بالتوتر الكهربائي الموافق له u_{AB} و u_{BC}. برّر.

5– اكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ مع إعطاء حل لها.

6– جد عبارة شدة التيار الكهربائي الأعظمي I_0 الذي يجتاز الدارة عند الوصول إلى النظام الدائم، ثم احسب قيمته.

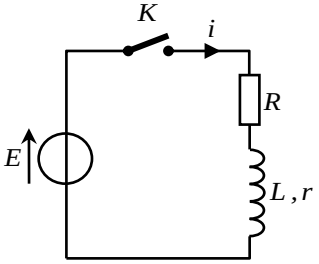
7– جد قيمة ثابت الزمن τ بطريقتين مختلفتين مع الشرح.

8– احسب L ذاتية الوشيعة.

التمرين 20: بكالوريا الجزائر 2012 – شعبة ر + ت رياضي

نحقق الدارة الكهربائية (الشكل–28) المكونة من:

- مولد توتر كهربائي ثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 2V$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\ \Omega$.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.
- قاطعة K.



الشكل –28

1– نغلق القاطعة K:

أ– اكتب العلاقة التي تربط التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة $u_b(t)$ والتوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة $u_R(t)$ و E.

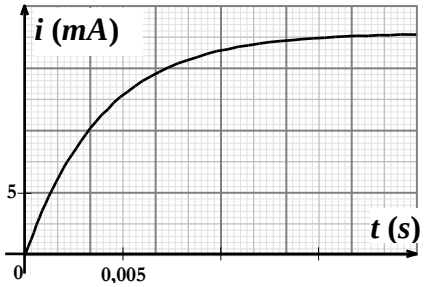
ب– جد عبارة $u_b(t)$ بدلالة شدة التيار الكهربائي $i(t)$، ثم بدلالة $u_R(t)$.

جـ– استنتج المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_R(t)$ للدارة.

2– يعطى حل المعادلة التفاضلية بالشكل التالي:

$u_R(t) = A + Be^{-mt}$ حيث B, A و m ثوابت يطلب تعيينها.

3– يسمح تجهيز الـ $ExAO$ بمتابعة التطور الزمني لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة فنحصل على المنحنى البياني (الشكل–29).



الشكل–29

لتكن I_0 شدة التيار الكهربائي الأعظمي في النظام الدائم.

أ– جد العبارة الحرفية للشدة I_0.

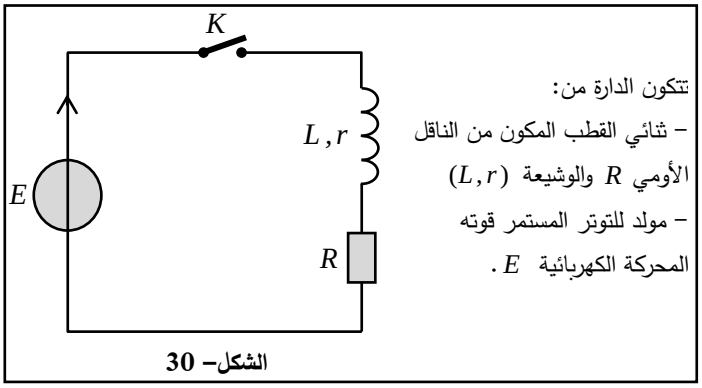
ب– جد بيانيا قيمة الشدة I_0، ثم استنتج مقاومة الوشيعة r.

جـ– اكتب عبارة ثابت الزمن τ للدارة وبيّن بالتحليل البعدي أن τ متجانس مع الزمن.

د– جد بيانيا قيمة τ، ثم استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L.

التمرين 21: بكالوريا الجزائر 2012 – شعبة ع التجريبية

لدراسة تطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في ثنائي قطب RL بدلالة الزمن، وتأثير المقدارين R و L على هذا التطور، نركب الدارة الكهربائية (الشكل– 30).



تتكون الدارة من:
– ثنائي القطب المكون من الناقل الأومي R والوشيعة (L, r)
– مولد للتوتر المستمر قوته المحركة الكهربائية E.

الشكل– 30

1– نتابع تطور التوتر الكهربائي u_R بين طرفي الناقل الأومي R باستعمال راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة.

أ– أعد رسم الدارة على ورقة الإجابة ثم بيّن عليها كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي.

ب– متابعة تطور التوتر الكهربائي $u_R(t)$ مكنتنا من متابعة تطور الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة. فسّر ذلك.

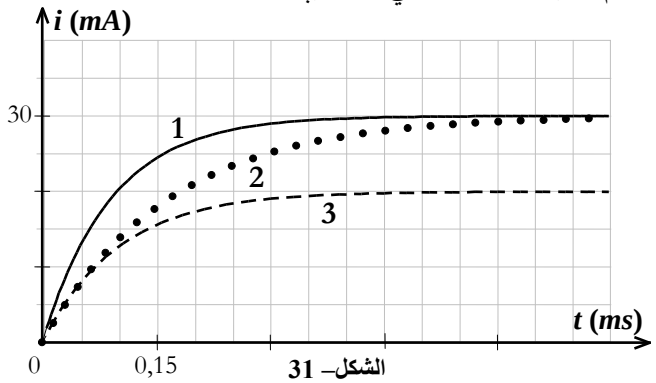
2– نغلق القاطعة:

أ– جد المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة.

ب– علماً أن حل هذه المعادلة من الشكل: $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$، جد عبارتي A و τ. ماذا يمثلان؟

4– ننجز ثلاث تجارب مختلفة باستعمال وشيعة مقاومتها r ثابتة تقريبا وذاتيتها L قابلة للتغيير ونواقل أومية مختلفة.

5– يبيّن (الشكل–5) المنحنيات البيانية لتطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة الزمن t بالنسبة للتجارب الثلاث ويمثل الجدول المرفق قيم L و R المستعملة في كل تجربة:



الشكل– 31

	التجربة 1	التجربة 2	التجربة 3
$L\,(mH)$	30	20	40
$R\,(\Omega)$	290	190	190

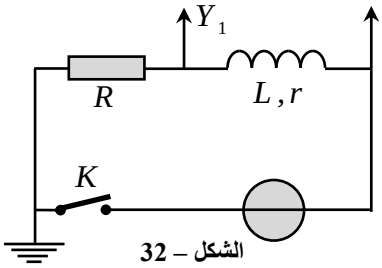
أ- أنسب كل تجربة بالمنحنى البياني الموافق لها. علِّل ذلك.

ب- جد قيمة المقاومة r.

التمرين 22: بكالوريا الجزائر 2012 – شعبة ع التجريبية

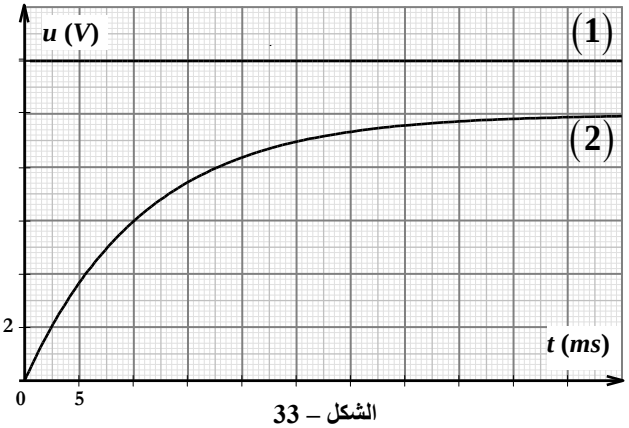
تتكون دارة كهربائية (الشكل – 32) من:

- مولد للتوتر الكهربائي قوته المحركة الكهربائية E.
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\ \Omega$.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.
- قاطعة K.



الشكل – 32

نوصل مدخلي راسم الاهتزاز المهبطي ذي ذاكرة (الشكل– 32)، في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K فنشاهد على الشاشة المنحنيين البيانيين (1) و (2) (الشكل– 33).



الشكل – 33

1- أ- حدّد لكل مدخل المنحنى البياني الموافق له. علّل .

ب- بتطبيق قانون جمع التوترات الكهربائية جِد المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$.

2- أ- ما قيمة التوتر الكهربائي E؟

ب- جِد قيمة شدة التيار الكهربائي الأعظمي I_0.

جـ- احسب قيمة r مقاومة الوشيعة.

3- أ- جِد بيانيا قيمة τ ثابت الزمن. وبيّن بالتحليل البُعدي أنه متجانس مع الزمن.

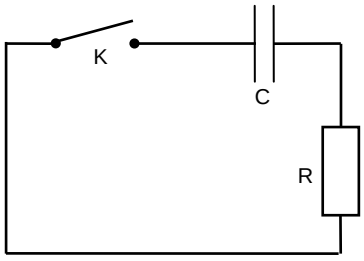
ب- احسب L ذاتية الوشيعة .

4- احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة.

التمرين 23: بكالوريا الجزائر 2013 – شعبة ر + ت رياضي

مكثفة سعتها C شحنت كليا تحت توتر كهربائي ثابت: $E = 12V$.

لمعرفة سعتها C نحقق الدارة الكهربائية (الشكل– 34)، حيث: $R = 1k\Omega$



الشكل– 34

1- نغلق القاطعة K في اللحظة: $t = 0ms$.

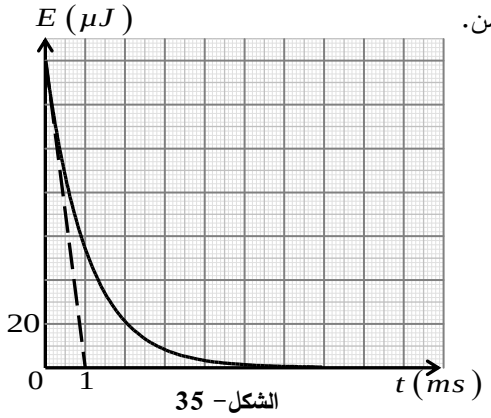
أ- بتطبيق قانون جمع التوترات، جِدْ المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.

ب- حَل المعادلة التفاضلية السابقة يُعطى من الشكل:

$u_C(t) = Ae^{\alpha t}$، حيث: A و α ثابتان يطلب كتابة عبارتيهما.

2- اكتب العبارة اللحظية $E_c(t)$ للطاقة المخزنة في المكثفة.

3- (الشكل–35) يمثّل تطور $E_c(t)$، الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن.



الشكل– 35

أ- استنتج قيمة E_{C0} الطاقة المخزنة العظمى في المكثفة.

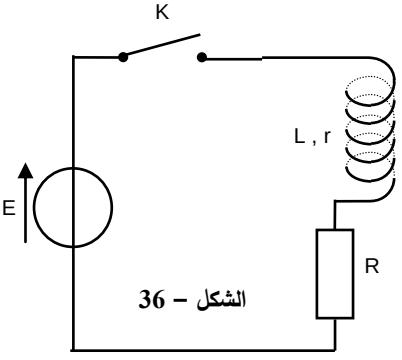
ب- من (الشكل–35)، بيّن أن المماس للمنحنى في اللحظة $t = 0ms$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة: $t = \frac{\tau}{2}$.

جـ- احسب τ ثابت الزمن، ثمّ استنتج سعة المكثفة C.

4- أثبت أن زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو: $t_{½} = \frac{\tau}{2}\ln 2$، ثمّ احسب قيمته.

التمرين 24: بكالوريا الجزائر 2013 – شعبة ر + ت رياضي

بهدف تحديد مميزات وشيعة، نحقق دارة كهربائية (الشكل– 36)، حيث: $R = 90\Omega$.



الشكل – 36

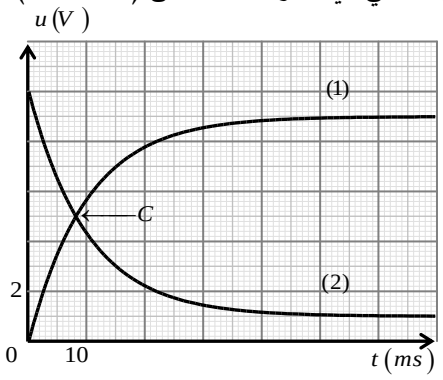
نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0ms$:

1- بيّن أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة تعطى بالشكل:

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{L}u_R = \frac{RE}{L}$$

2- تحقق أن العبارة: $u_R(t)=\frac{B}{A}\left(1-e^{-\lambda t}\right)$، هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة، حيث: A و B ثابتان يطلب تعيينهما.

3- باستعمال راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة تحصلنا على (الشكل- 37).



الشكل – 37

أ- أعد رسم الدارة، ثمّ وضّح عليها كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة المنحنيين (1) و (2) (الشكل- 37).

ب- أنسب لكل عنصر كهربائي من الدارة المنحنى الموافق له مع التعليل.

جـ- استنتج القوة المحركة الكهربائية للمولد E، ومقاومة الو شيعة r.

4- اعتمادا على نقطة تقاطع المنحنيين (1) و (2):

أ- بيّن أن ثابت الزمن τ يكتب بالعبارة: $\tau=\frac{t_C}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$، ثمّ احسب قيمته، حيث: t_C الزمن الموافق لتقاطع المنحنيين، علما أن التوتر بين طرفي الوشيعة يعطى بالعلاقة: $u_b(t)=\frac{E}{R+r}\left(r+\mathrm{Re}^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

ب- احسب ذاتية الوشيعة L.

التمرين 25: بكالوريا الجزائر 2013 – شعبة ع التجريبية

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من:

مولد للتوتر الكهربائي قوته المحركة الكهربائية E، ناقل أومي مقاومته $R=1\,k\Omega$ ومكثفة سعتها C وقاطعة K.

نغلق القاطعة K في اللحظة $t=0$.

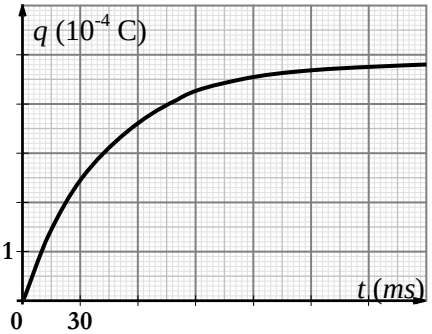
1- ارسم الدارة الكهربائية مع توجيهها بالنسبة لشدة التيار والتوترين الكهربائيين.

2- جِدْ المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $q(t)$ خلال شحن المكثفة.

3- حل المعادلة التفاضلية السابقة، يعطى بالشكل: $q(t)=Ae^{\alpha t}+B$.

جِدْ عبارة كل من: A، B و α.

4- التمثيل البياني يمثل تطور شحنة المكثفة $q(t)$ بدلالة الزمن t (الشكل- 38).



الشكل – 38

أ- استنتج بيانيا قيمة τ ثابت الزمن، ثمّ احسب C سعة المكثفة.

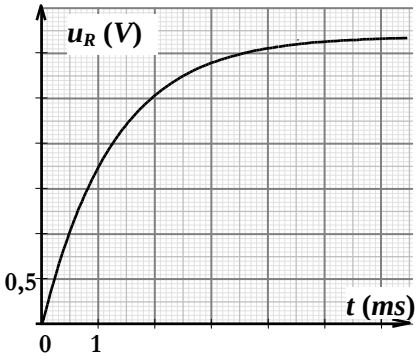
ب- استنتج قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد.

جـ- احسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في اللحظة $t=200\,ms$.

التمرين 26: بكالوريا الجزائر 2013 – شعبة ع التجريبية

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E، وشيعة $(L, r=5\,\Omega)$ ناقل أومي مقاومته $R=10\,\Omega$ وقاطعة K.

نغلق القاطعة K في اللحظة $t=0$، وبواسطة راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة، نشاهد التمثيل البياني: $u_R=f(t)$ (الشكل- 39).



الشكل – 39

1- ارسم الشكل التخطيطي للدارة الكهربائية، موضِّحًا عليها كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي.

2- باستخدام قانون جمع التوترات، بيّن أن المعادلة التفاضلية $u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي تكون على الشكل: $\frac{du_R}{dt}+\frac{R+r}{L}u_R=\frac{R}{L}E$.

3- العبارة: $u_R=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$، تمثّل حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.

جِدْ عبارة كل من A و τ.

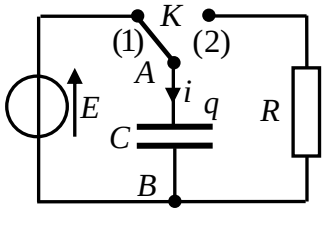
4- بالتحليل البُعدي بيّن أن τ متجانس مع الزمن، ثمّ حدِّد قيمته بيانيا.

5- استنتج قيمة كل من L ذاتية الوشيعة و E القوة المحركة الكهربائية للمولد.

التمرين 27: بكالوريا الجزائر 2014 – شعبة ر + ت رياضي

عند عجز القلب عن أداء وظيفته، تسمح الجراحة اليوم بوضع منشِّط قلبي اصطناعي في الصدر، يجبر القلب على النبض بانتظام وذلك بإرسال إشارات كهربائية. المنشط عبارة عن مولد لإشارات كهربائية ينمذج بالدارة الكهربائية المبينة في الشكل- 40، حيث سعة المكثفة $C=470\,nF$ والقوة المحركة الكهربائية للمولد $E=6\,V$.

نضع البادلة في الوضع (1) لمدة طويلة.



الشكل- 40

I) نضع البادلة عند اللحظة $t=0$، في الوضع (2) وندرس تطور الشحنة q للمكثفة.

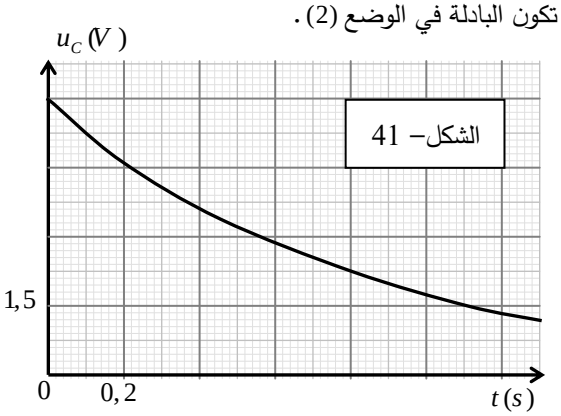
1- بيّن أنّ الشحنة الكهربائية $q(t)$ تحقق المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{dq(t)}{dt}=-\alpha q(t)$ واعط عبارة الثابت α بدلالة المقادير المميزة لعناصر الدارة.

2- علما بأنّ العبارة $q(t)=Q_0e^{-\alpha t}$ حل للمعادلة التفاضلية، حدِّد عبارة Q_0 واحسب قيمتها.

3- جِد العبارة الحرفية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ في الدارة.

II) عندما يصبح التوتر الكهربائي u_{AB} مساويا لـ 36,8% من قيمته الابتدائية، تتحول البادلة آليا من الوضع (2) إلى الوضع (1)، فتصدر إشارة كهربائية تساعد في تقلص العضلة القلبية.

1- يمثل الشكل-41 منحنى تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة عندما تكون البادلة في الوضع (2).



الشكل- 41

علما أن اللحظة $t_0 = 0$ توافق لحظة مرور البادلة من الوضع (1) إلى الوضع (2).

أ- حدِّد اللحظة t_1 التي تتحول فيها البادلة آليا ولأول مرة من الوضع (2) إلى الوضع (1) مبينا الطريقة المتبعة في ذلك.

ب- عيّن ثابت الزمن τ للدارة المدروسة.

جـ- استنتج قيمة المقاومة R للناقل الأومي المستعمل في الجهاز.

2- إنّ الإشارات الكهربائية المتسببة في التقلص العضلي دورية ودورها (أي قيمة مدة تكرارها) يساوي $\Delta t = (t_1 - t_0)$، حدِّد عدد تقلصات القلب المفروضة من طرف الجهاز في الدقيقة الواحدة.

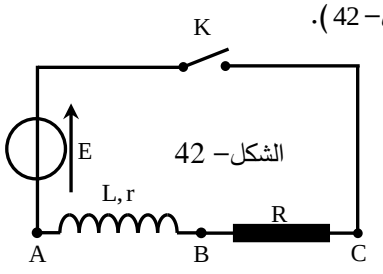
3- ما هي قيمة الطاقة المحررة من طرف المكثفة خلال إشارة كهربائية واحدة؟

التمرين 28: بكالوريا الجزائر 2014 – شعبة ر + ت رياضي

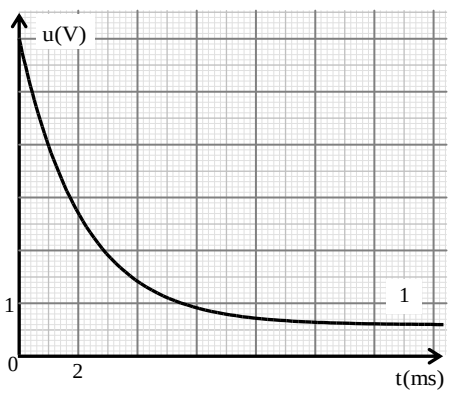
دارة كهربائية تحتوي على التسلسل مولدا مثاليا قوته المحركة الكهربائية $E = 6,0V$، وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها $r = 20\Omega$، ناقلا أوميا مقاومته $R = 180\Omega$ وقاطعة K. (الشكل-42).

نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

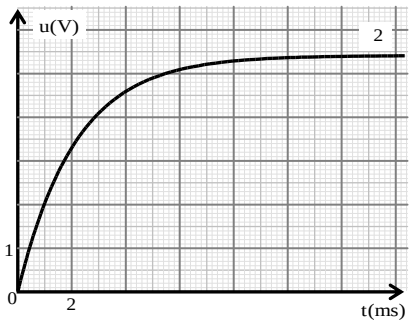
وباستعمال لاقط للتوتر الكهربائي موصول بجهاز $ExAO$، حصلنا على المنحنيين (1) و (2) (الشكلان 43، 44).



الشكل- 42



الشكل- 43



الشكل- 44

1- أعط عبارة التوتر الكهربائي $u_{BA}(t)$ بدلالة $i(t)$.

2- اكتب $u_{CB}(t)$ بدلالة $i(t)$.

3- ارفق كل منحنى بالتوتر الكهربائي الموافق u_{BA} و u_{CB} مع التعليل.

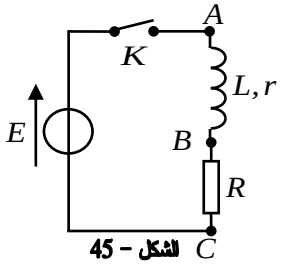
4- جِد عبارة شدة التيار الكهربائي (I_0) المار في الدارة في النظام الدائم واحسب قيمتها وتأكد منها بيانيا.

5- جِد قيمة ثابت الزمن τ واستنتج قيمة ذاتية الوشيعة.

التمرين 29: بكالوريا الجزائر 2014 – شعبة ع التجريبية

حققنا الدارة الكهربائية المتكونة من العناصر الكهربائية التالية:

مولد توتر كهربائي ثابت E، وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها $r = 10\Omega$، ناقل أومي مقاومته $R = 50\Omega$، وقاطعة K، موصولة على التسلسل (الشكل-45).



الشكل – 45

نغلق القاطعة K عند اللحظة $t = 0$.

1) أ- أعد رسم الدارة الكهربائية وحدّد جهة التيار الكهربائي مع التّعليل.

ب- أعط عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 في النظام الدائم.

2) لمشاهدة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_R = u_{BC}$ على شاشة راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة.

أ- بيّن كيفية التوصيل براسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة تطور $u_{BC}(t)$، مثِّله كيفيًا بدلالة الزمن وما هو المقدار الفيزيائي الذي يُماثله في التطور؟

ب- جد المعادلة التفاضلية لتطور التيار $i(t)$ في الدارة.

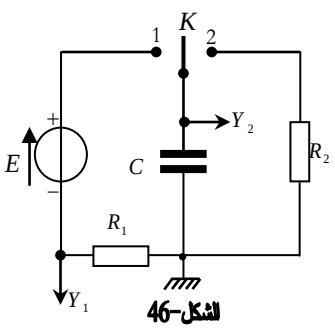
جـ- إنّ حل المعادلة التفاضلية السابقة هو $i(t) = 0,2(1 - e^{-50t})$ حيث الزمن بالثانية (s) وشدة التيار بالآمبير (A). استنتج قيمة كل من E، τ (ثابت الزمن) و L.

د- اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في الوشيعة واحسب قيمتها في اللحظة $t = \tau$.

التمرين 30: بكالوريا الجزائر 2014 – شعبة ع التجريبية

تتكون الدارة الكهربائية (الشكل-46) من مولد لتوتر كهربائي ثابت E، مكثفة سعتها C، ناقلين أوميين مقاومتهما $R_1 = 1k\Omega$ و $R_2 = 2k\Omega$ وبادلة K.

توصل الدارة براسم اهتزاز مهبطي ذي مدخلين Y_1 و Y_2.

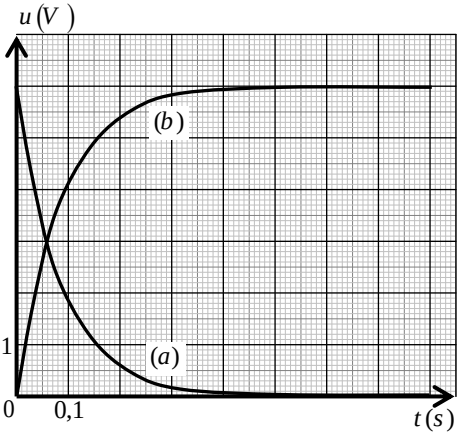


الشكل-46

1) نضع البادلة في الوضع 1،

ماذا يمثّل المنحنيان المشاهدان بالمدخلين Y_1 و Y_2 لراسم الاهتزاز المهبطي؟

2) يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنيان (a) و (b) (الشكل-47).



الشكل-47

أ- ما هو المنحنى المعطى بالمدخل Y_1 ؟ برّر إجابتك.

- اكتب المعادلة التفاضلية الموافقة لتطور المقدار الفيزيائي الذي يمثله هذا المنحنى.

ب- جد قيمة ثابت الزمن τ_1 للدارة.

3) حدد قيمة كلاً من E و C.

4) احسب شدة التيار $i(t)$ في اللحظة $t=0$ وفي اللحظة $t \geq 0,6s$.

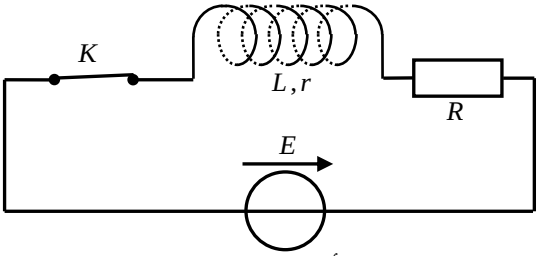
5) بعد نهاية شحن المكثفة نضع البادلة K في الوضع 2 في لحظة نعتبرها مبدأ الأزمنة.

أ- احسب قيمة τ_2 للدارة في هذه الحالة وقارنها بقيمة τ_1، ماذا تستنتج؟

ب- احسب قيمة الطاقة الكهربائية المحولة في الناقل الأومي R_2 بفعل جول في اللحظة $t=\tau_2$.

التمرين 31: بكالوريا الجزائر 2015 – شعبة ر + ت رياضي

بهدف معرفة ذاتية وشيعة L ومقاومتها r نحقق التركيب الموضح بالشكل (48) حيث $R=15\Omega$ والمولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E.



الشكل (48)

1- بتطبيق قانون جمع التوترات، بيّن أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار تكتب بالشكل: $\frac{di(t)}{dt}+\alpha i(t)=\beta$، حيث α، β ثابتان يطلب تحديد عبارتيهما مستعينا بالمقادير التالية: L، R، r و E.

2- تحقّق أن العبارة: $i(t)=\frac{\beta}{\alpha}\left(1-e^{-\alpha t}\right)$ هي حلا للمعادلة التفاضلية.

3- بيّن أن عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة تعطى بالعلاقة:

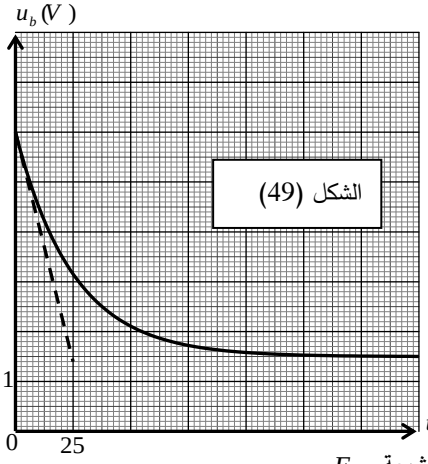
$$u_b(t)=\frac{E}{R+r}\left(r+\mathrm{Re}^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right).$$

4- باستعمال راسم اهتزازات ذي ذاكرة تحصلنا على بيان الشكل (49) الممثل لتغيرات التوتر بين طرفي الوشيعة بدلالة الزمن.

أ- أعد رسم الدارة موضحا كيفية توصيل راسم الاهتزازات لمشاهدة بيان الشكل (49).

ب- بالاعتماد على البيان استنتج:

- القوة المحركة الكهربائية للمولد E.
- مقاومة الوشيعة r.
- ثابت الزمن τ للدارة.
- ذاتية الوشيعة L.



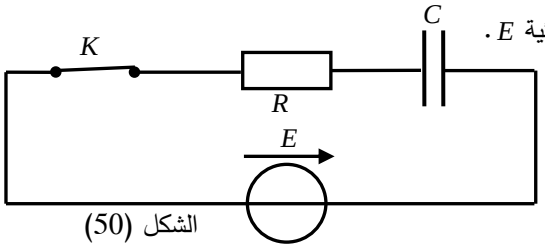
5- أ- اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في الوشيعة $E_{(L)}$.

ب- أوجد قيمة هذه الطاقة في النظام الدائم.

التمرين 32: بكالوريا الجزائر 2015 – شعبة ر + ت رياضي

تستعمل المكثفات في عدة تراكيب كهربائية ذات فائدة علمية في الحياة اليومية.

بغرض حساب سعة مكثفة غير مشحونة مسبقا، نحقق التركيب الموضح بالشكل (50) حيث $R=100\Omega$ والمولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E.



الشكل (50)

1- أعد رسم الدارة موضحا عليها التوترات بأسهم وجهة التيار الكهربائي.

2- بتطبيق قانون جمع التوترات، جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.

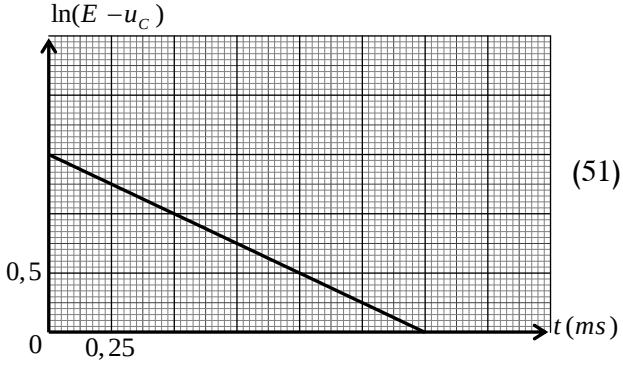
3- بيّن أن العبارة $u_C(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ هي حلا للمعادلة التفاضلية، حيث A و τ ثابتان يطلب كتابة عبارتيهما.

4- بيّن أن: $\ln(E-u_C)=-\frac{1}{\tau}t+\ln E$.

5- بيان الشكل (51) يمثل تغيرات $\ln(E-u_C)$ بدلالة الزمن، استنتج من البيان:

أ- قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد.

ب- قيمة ثابت الزمن τ، وقيمة سعة المكثفة C.



الشكل (51)

6- أ- اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة $E_C(t)$.

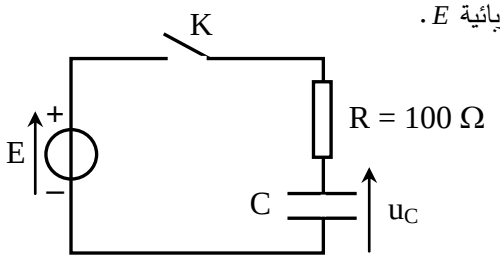
ب– نرمز بـ $E_C(\tau)$ للطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t=\tau$ وبـ $E_C(\infty)$ للطاقة العظمى.

– احسب النسبة $\frac{E_C(\tau)}{E_C(\infty)}$.

7– كيف يتم ربط مكثفة سعتها C' مع المكثفة السابقة لكي يأخذ ثابت الزمن القيمة: $\tau' = \frac{\tau}{4}$ ؟ واحسب قيمة C'.

التمرين 33: بكالوريا الجزائر 2015 – شعبة ع التجريبية

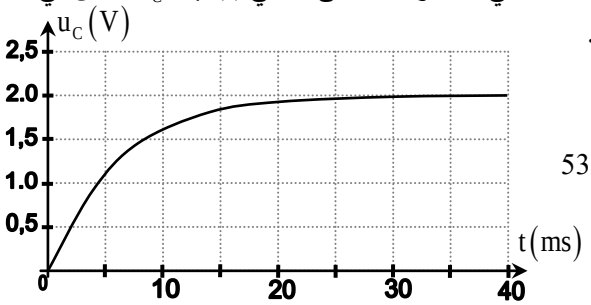
نحقق التركيبة الكهربائية الموضحة بالشكل–52 حيث المولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E.



الشكل–52

يسمح جهاز إعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة بمتابعة التطور الزمني للتوتر الكهربائي المطبق بين طرفي المكثفة.

المكثفة فارغة في البداية. عند اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K ونباشر عملية المتابعة، فيعطي الحاسوب المنحنى البياني $u_C = f(t)$ المبين في الشكل–53.



الشكل–53

1– في غياب جهاز الحاسوب، ما هو الجهاز البديل الممكن استخدامه للقيام بعملية المتابعة؟

2– أعد رسم مخطط الدارة وبيّن عليه طريقة توصيل هذا الجهاز بالدارة لمتابعة تطور التوتر الكهربائي $u_C(t)$.

3– بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$.

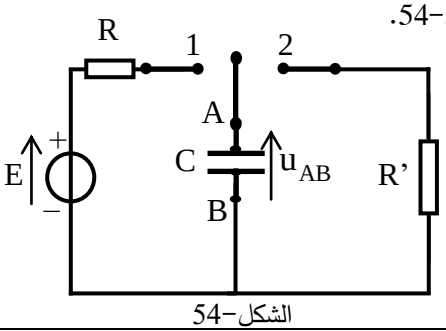
4– تحقق من أن العبارة: $u_C(t) = E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة حيث $\tau = R \cdot C$ هو ثابت الزمن للدارة RC.

5– بيّن أن: $u_C(\tau) = 0{,}63E$، ثم حدّد بيانياً قيمة كلّ من E و τ.

6– استنتج قيمة السعة C للمكثفة.

التمرين 34: بكالوريا الجزائر 2015 – شعبة ع التجريبية

نركب الدارة المبينة بالشكل–54.

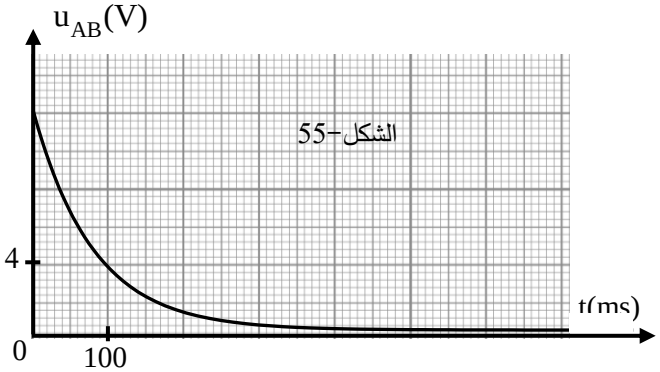


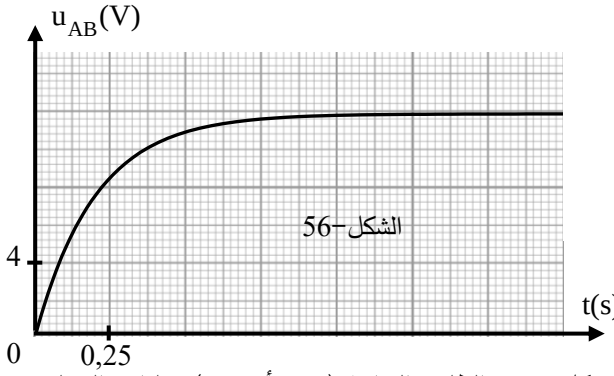
الشكل–54

يسمح جهاز M برسم المنحنيين (الشكل–55) و(الشكل–56) للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_{AB}(t)$ في حالتي الشحن والتفريغ.

عندما تكون البادلة في الوضع1 يتم شحن المكثفة الفارغة بواسطة مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية E.

بعد شحن المكثفة تماماً يتم نقل البادلة إلى الوضع2 في اللحظة $t=0$ حيث يتم تفريغ المكثفة عبر ناقل أومي مقاومته $R' = 500\Omega$.





1– الحق بكل منحنى الظاهرة الموافقة (شحن أم تفريغ) وما اسم الجهاز M ؟

2– بتطبيق قانون جمع التوترات، اكتب المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $u_{AB}(t)$ خلال مرحلة التفريغ.

3– تحقق من أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $u_{AB}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ حيث A ثابت يطلب تحديد عبارته من الشروط الابتدائية.

4– اكتب عبارة شدة التيار $i(t)$ أثناء التفريغ.

5– حدد من البيان قيمة τ و τ' ثابتا الزمن لدارة الشحن والتفريغ..

6– استنتج قيمة C سعة المكثفة و R قيمة مقاومة الناقل الأومي.

التمرين 35: بكالوريا الجزائر 2016 – شعبة ر + ت رياضي

بحصة للأعمال التطبيقية في الفيزياء اقترح الأستاذ انجاز تجربة للتحقق من المعلومات التي كتبها المُصَنّع على مكثفة مكتوب عليها $C = 10\mu F$ وذلك باستعمال التجهيزات التالية:

ناقل أومي مقاومته $R = 10k\,\Omega$ ، أسلاك توصيل، قاطعة، مولد للتوتر الثابت E وتجهيز التجريب المدعم بالحاسوب باستخدام لاقط التوتر.

بعد تركيب الدارة المناسبة وتشغيل تجهيز التجريب المدعم بالحاسوب وغلق القاطعة لدارة الشحن تحصل التلاميذ من خلال مجدول Excel على القيم التالية:

$u_R(V)$	9,000	5,458	3,330	2,008	1,218
$t(s)$	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20

$u_R(V)$	0,738	0,448	0,271	0,164	0,060
$t(s)$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,50

1. ارسم الدارة الكهربائية التي ركبها التلاميذ.

2. باستعمال قانون التوترات جِدْ المعادلة التفاضلية للتوتر u_R بين طرفي المقاومة.

3. علما أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $u_R(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$، أوجد عبارتي الثابتين A و τ بدلالة R، C و E.

4. ارسم المنحنى البياني للدالة $u_R = f(t)$ ثم استنتج كل من قيمتي E وثابت الزمن τ للدارة.

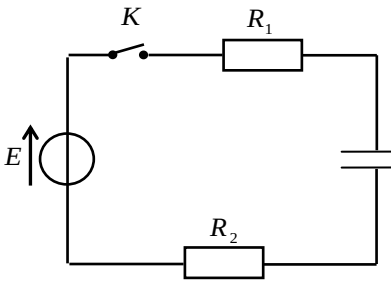
نستعمل السلم: $1cm \rightarrow 1,000V$ و $1cm \rightarrow 0,05s$.

5. احسب قيمة C للمكثفة.

التمرين 36: بكالوريا الجزائر 2016 – شعبة ر + ت رياضي

تتميز المكثفات بخاصية تخزين الطاقة الكهربائية وإمكانية استغلالها عند الحاجة. لدراسة هذه الخاصية نربط مكثفة غير مشحونة سعتها C على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

مولد للتوتر الكهربائي الثابت E، قاطعة K وناقلين أوميين مقاومتيهما $R_1 = 1k\Omega$ و $R_2 = 4k\Omega$. انظر (الشكل–57).



الشكل– 57

نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$:

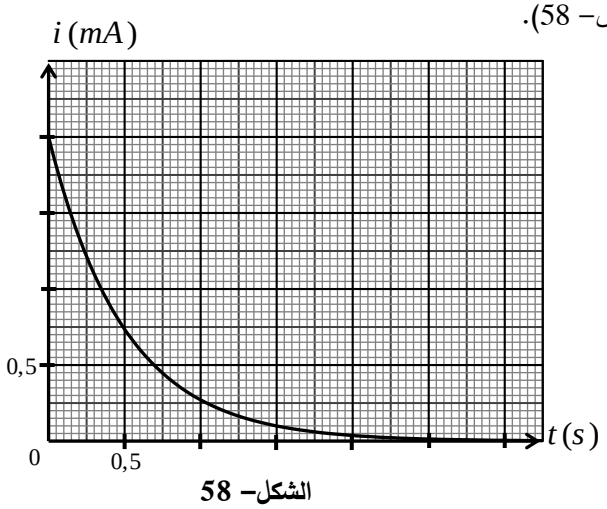
1. أ– اعط تفسيرا مجهريا للظاهرة التي تحدث في المكثفة.

ب– بتطبيق قانون جمع التوترات، جِدْ المعادلة التفاضلية للشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة.

ج– للمعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل: $i(t) = \alpha \cdot e^{-\beta \cdot t}$

جِدْ عبارتي الثابتين α، β بدلالة R_1، R_2، C و E.

2. بواسطة لاقط شدة التيار الكهربائي موصول بالدارة وبواجهة دخول لجهاز اعلام آلي نحصل على منحنى تطور الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي (الشكل– 58).



الشكل– 58

اعتمادا على البيان اوجد قيمة كل من:

ثابت الزمن τ، سعة المكثفة C والتوتر الكهربائي E.

3. اعط العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة $E_C(t)$ واحسب قيمتها العظمى.

التمرين 37: بكالوريا الجزائر 2016 – شعبة ع التجريبية (د العادية)

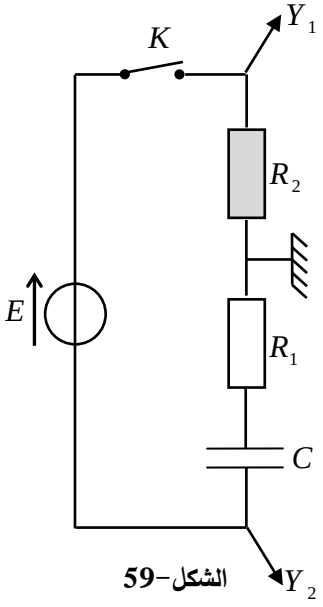
نركب الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل–59، والمؤلفة من:

– مولد كهربائي للتوتر الثابت E.

– مكثفة غير مشحونة سعتها C.

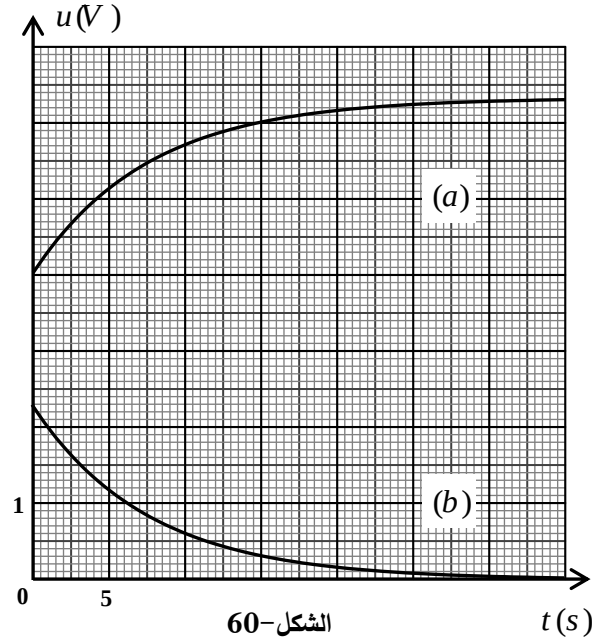
– ناقلين أوميين مقاومتيهما $R_1 = 1k\Omega$ و R_2 غير معلومة.

– قاطعة كهربائية K.



الشكل–59

نوصل الدارة الكهربائية براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة كما هو موضح على الشكل–60 ثم نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على الشاشة المنحنيين البيانيين (a) و (b) (الشكل–60).



الشكل–60

1. ارفق كل منحنى بالمدخل الموافق له مع التبرير.

2. اكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي في الدارة.

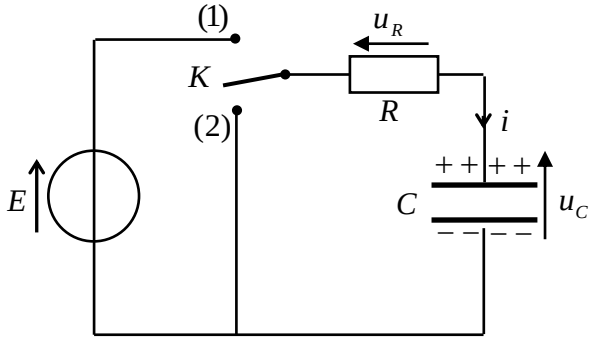
3. أوجد عبارة الشدة I_0 للتيار الأعظمي المار بالدارة.

4. استنتج عند اللحظة $t=0$ عبارة التوتر بين طرفي الناقل الأومي R_2 بدلالة E، R_1 و R_2.

5. اعتمادا على البيانين، استنتج قيمة كل من E، I_0، R_2 و C.

التمرين 38: بكالوريا الجزائر 2016 – شعبة ع التجريبية (د العادية)

لغرض دراسة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة نركب الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل– 61.



الشكل–61

تتكون هذه الدارة من مولد للتوتر التابت E، ناقل اومي مقاومته $R=10k\Omega$، مكثفة سعتها C وبادلة K.

نضع البادلة في الوضع (1) إلى غاية بلوغ النظام الدائم، ثم نغير البادلة إلى الوضع (2) في اللحظة $t=0$.

1. ما هي إشارة شدة التيار الكهربائي المبين في الدارة؟ علل.

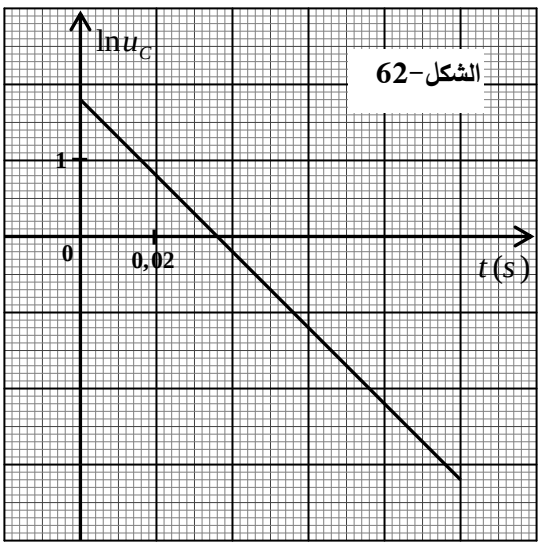
2. بيّن أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة في هذه الدارة تُعطى بالشكل:

$$u_C+\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{du_C}{dt}=0$$

3. إذا كان حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل:

$u_C=A\cdot e^{-\alpha t}$، أوجد عبارتي A و α بدلالة R، C و E.

4. يمثل الشكل–62 المنحنى البياني لتغيرات $\ln u_C$ بدلالة الزمن t.



الشكل–62

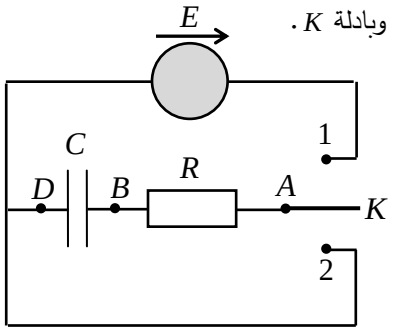
أ– استنتج بيانيا عبارة الدالة $\ln u_C=f(t)$.

ب– بالمطابقة مع العلاقة النظرية الموافقة للمنحنى، استنتج قيم كل من: α، C و E.

5. احسب الطاقة المحولة إلى الناقل الأومي عند اللحظة $t=2,5\tau$. ماذا تستنتج؟ حيث τ هو ثابت الزمن المميز للدارة.

التمرين 39: بكالوريا الجزائر 2016– شعبة ع التجريبية (د الجزئية)

تتألف الدارة الكهربائية المبينة في الشكل–63 من مكثفة فارغة سعتها $C=100nF$، ناقل أومي مقاومته $R=10k\Omega$، مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية $E=5V$ وبادلة K.



الشكل–63

I– نضع البادلة في الوضع (1) بغية شحن المكثفة.

1. بيّن على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ومثّل بسهم كل من التوترين u_{AB} و u_{BD}.

2. باستعمال قانون جمع التوترات الكهربائية، جِد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي $u_{BD}(t)$ بين طرفي المكثفة.

3. المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل: $u_{BD}(t)=E+Ae^{-bt}$

جِد عبارة كل من الثابتين A و b.

4. اعط عبارة ثابت الزمن للدارة المدروسة، ماذا يمثل عمليا؟ احسب قيمته.

5. بيّن على الشكل كيفية ربط راسم اهتزاز ذي ذاكرة بالدارة لمشاهدة تطور التوتر $u_{BD}(t)$، ثم مثل شكلا تقريبيا لِـ $u_{BD}(t)$.

II– بعد شحن المكثفة كليا، نضع البادلة K في الوضع (2).

1. احسب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في بداية التفريغ وعلى أي شكل تستهلك في الدارة؟

2. بعد تفريغ المكثفة كليا، نربط معها مكثفة أخرى فارغة سعتها C' ثم نعيد البادلة إلى الوضع (1).

أ– كيف يجب ربطها مع المكثفة السابقة حتى تكون قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في مجموعة المكثفتين عند نهاية الشحن $3,75\times10^{-6}\,Joules$؟ برّر إجابتك.

ب– ما قيمة سعتها C'؟

يعطى: $1nF=10^{-9}F$

التمرين 40: بكالوريا الجزائر 2016– شعبة ع التجريبية (د الجزئية)

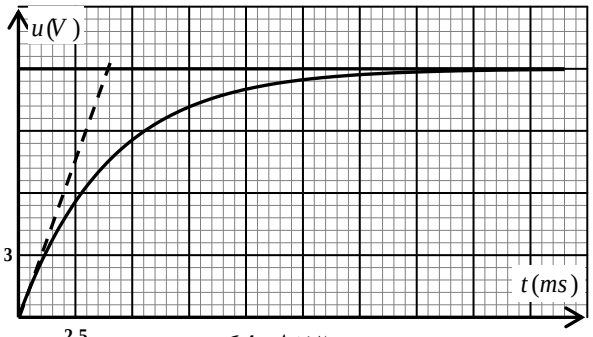
نريد دراسة تأثير مقاومة ناقل أومي على تطور التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي مكثفة، باستخدام راسم اهتزاز بذاكرة.

من أجل ذلك نحقق دارة كهربائية تتألف من العناصر التالية مربوطة على التسلسل: مكثفة فارغة سعتها C قيمتها مجهولة، ناقل أومي مقاومته R متغيرة، مولد ذي توتر ثابت E، قاطعة K.

1. ارسم مخطط الدارة موضحا كيفية ربط راسم الاهتزاز لمتابعة تطور التوتر بين طرفي كل من: المكثفة والمولد.

2. نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$.

من أجل قيمة معينة لمقاومة الناقل الأومي $R = R_1$، يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المنحنيين الموضحين في الشكل– 64.



الشكل–64

أ– جِد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة.

ب– المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل:

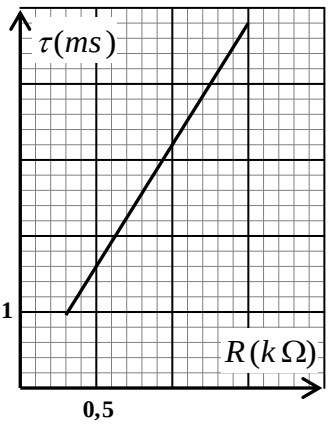
$u_C(t) = A(1-e^{-Bt})$. جِد عبارة كل من: A و B واحسب قيمتيهما بالاستعانة ببيان الشكل– 64.

جـ– انقل الشكل– 64 إلى ورقة إجابتك ومثّل عليه كيفيا $u_C = f(t)$ من أجل $R > R_1$.

3. نغير من قيمة R مقاومة الناقل الأومي و نحسب ثابت الزمن (τ) الموافق، باستخدام برمجية مناسبة حصلنا على المنحنى البياني الممثل بالشكل– 65.

أ– بالاعتماد على منحنيي الشكل– 64 والشكل– 65، استنتج قيمة C سعة المكثفة و R_1 مقاومة الناقل الأومي.

ب– في الحقيقة المكثفة السابقة مكافئة لمكثفتين سعتيهما $C_1 = 1\mu F$ و C_2 مجهولة القيمة مربوطتين ربطا مجهولاً. بيّن كيفية الربط واستنتج قيمة C_2.



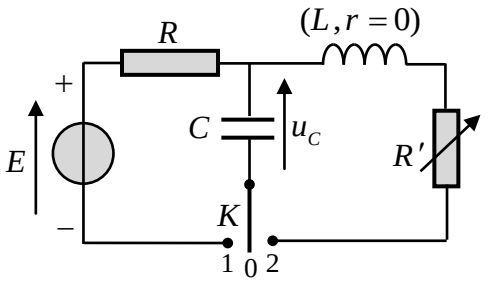
الشكل–65

التمرين 41: بكالوريا الجزائر 2017 – شعبة ر + ت رياضي (د ع)

التجهيز المستخدم:

مولد توتر ثابت قوته المحركة $E = 5V$، جهاز راسم الاهتزاز ذو ذاكرة، مكثفة فارغة سعتها $C = 1\mu F$، وشيعة ذاتيتها L مقاومتها مهملة، ناقل أومي مقاومته R، مقاومة متغيرة R'، بادلة K، أسلاك التوصيل.

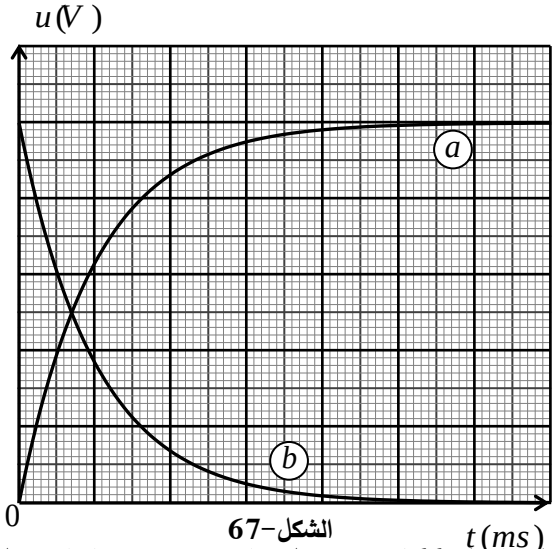
لدراسة تأثير المقاومة على نمط الاهتزازات الكهربائية تم تحقيق التركيب التجريبي (الشكل–66).



الشكل–66

- **التجربة الأولى:**

قام فوج التلاميذ بشحن المكثفة C بوضع البادلة K في الوضع (1) وضبط الحساسية الشاقولية لراسم الاهتزاز على $1V/div$ والمسح الأفقي على $10ms/div$ فظهر على شاشته المنحنيين (a) و (b) (الشكل–67).



الشكل–67

1) بيّن على الشكل–66 كيف تم ربط جهاز راسم الاهتزاز لمتابعة تطور التوترين الكهربائيين $u_R(t)$ و $u_C(t)$ بين طرفي كل من الناقل الأومي والمكثفة.

2) انسب مع التعليل كل من المنحنيين (a) و (b) لتطور التوتر الكهربائي الموافق.

3– أ) باستعمال المعادلة الزمنية للتوتر $u_C(t)$، حدّد عبارتي اللحظتين t_1 و t_2 الموافقتين لشحن المكثفة بنسبة 40% و 90% على الترتيب بدلالة ثابت الزمن للدارة τ.

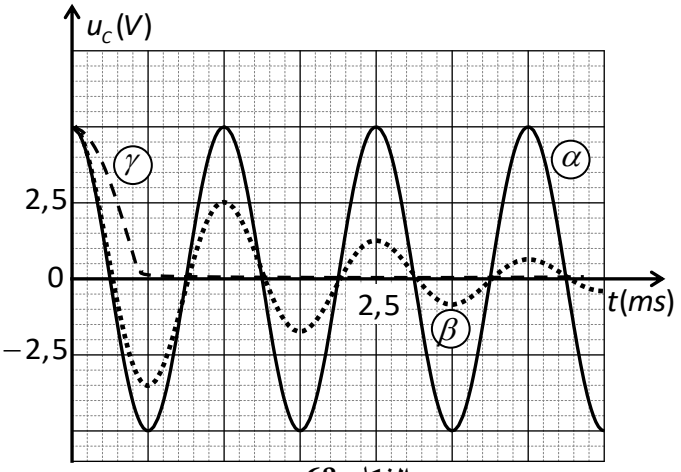
ب) تأكد من أن $\Delta t = t_2 - t_1 \approx 1,79\tau$ ثم حدّد بيانيا قيمة كل من t_1 و t_2 وباستغلال العلاقة السابقة احسب قيمة τ واستنتج قيمة R.

- **التجربة الثانية: (خاصة بالاهتزازات الكهربائية)**

بعد شحن المكثفة تماما وفي لحظة نعتبرها كمبدأ لقياس الأزمنة $t = 0$ قام فوج آخر من التلاميذ بنقل البادلة K إلى الوضع (2) وتسجيل في كل مرة تغيرات التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة من أجل عدة قيم للمقاومة R' معطاة في الجدول التالي:

$R'(\Omega)$	0	100	5000

فتحصل الفوج على المنحنيات الموضحة في الشكل–68.



الشكل–68

1) ما هو نمط الاهتزازات في كل حالة؟ علّل.

2) انسب كل بيان للمقاومة المناسبة.

3) من أجل $R' = 0$:

أ) أوجد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن.

ب) حل المعادلة التفاضلية السابقة هو $u_C(t) = A \cdot \cos Bt$

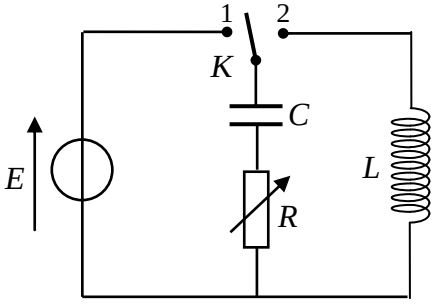
عبّر عن الثابتين A و B بدلالة مميزات الدارة.

جـ) استنتج قيمة الدور الذاتي T_0 للاهتزازات واحسب قيمة الذاتية L للوشيعة.

التمرين 42: بكالوريا الجزائر 2017 – شعبة ر + ت رياضي (د ع)

نحقق التركيب التجريبي الموضح في الشكل–69 والمتكون من:

- مولد مثالي للتوتر الكهربائي، قوته المحركة الكهربائية E.
- مكثفة فارغة سعتها C.
- ناقل أومي مقاومته R متغيرة.
- وشيعة ذاتيتها L، مقاومتها مهملة.
- بادلة K.



الشكل–69

1) نضع البادلة K في الوضع (1) في اللحظة $t = 0s$.

أ) ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة؟

ب) وضح بأسهم الاتجاه الاصطلاحي للتيار الكهربائي المار في الدارة واتجاه التوترين u_C، u_R.

2– أ) بتطبيق قانون تجميع التوترات، اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$

ب) تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل:

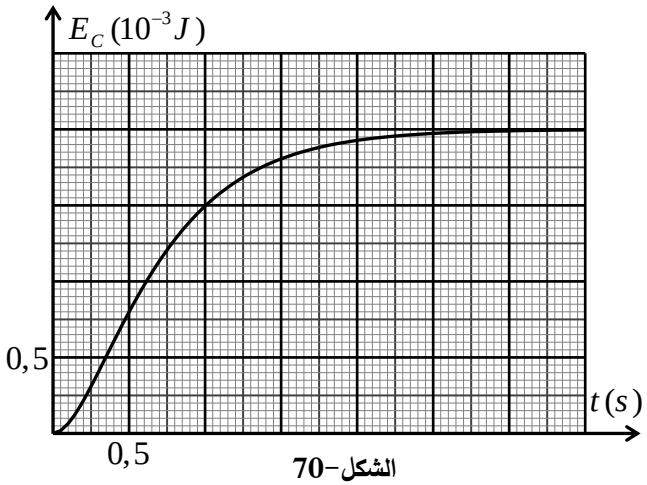
$$u_C(t) = A + B \cdot e^{-\alpha t}$$

حيث: A، $(B \neq 0)$ B، α مقادير ثابتة يطلب تحديد عباراتها بدلالة المقادير المميزة للدارة.

جـ) باستعمال التحليل البعدي، أوجد وحدة قياس المقدار α في جملة الوحدات الدولية.

3) مكنت برمجية خاصة من رسم بيانيّ العلاقتين: $u_R = f\left(\frac{du_C}{dt}\right)$

و $E_C = g(t)$ الممثلين على الترتيب في الشكلين (3) و (4). (E_C تمثل الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة t)



الشكل–70

باستغلال البيانين أوجد:

أ) ثابت الزمن للدارة τ.

ب) القوة المحركة الكهربائية للمولد E.

جـ) سعة المكثفة C.

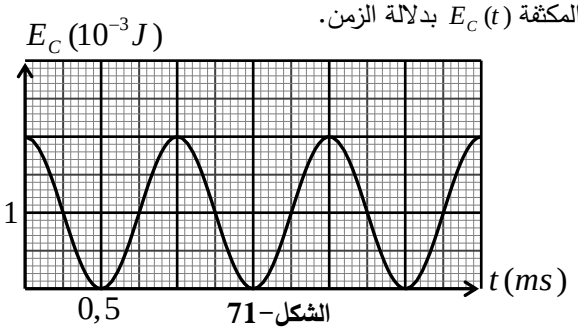
د) مقاومة الناقل الأومي R.

4) بعد اتمام شحن المكثفة، نجعل مقاومة الناقل الأومي $(R = 0)$ ونضع البادلة في الوضع (2) عند اللحظة $t = 0s$. **(خاص بالوحدة:7)**

أ) اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.

ب) بيّن أن: $u_C(t) = A\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة ثم حدد عبارة كل من الدور الذاتي للاهتزازات (T_0) والعدد A بدلالة المقادير المميزة للدارة.

جـ) يمثل البيان الموضح في الشكل–71 تغيرات الطاقة المخزنة في المكثفة $E_C(t)$ بدلالة الزمن.



الشكل–71

باستعمال البيان استنتج قيمة:

- الدور الذاتي (T_0) للاهتزازات.
- ذاتية الوشيعة (L).

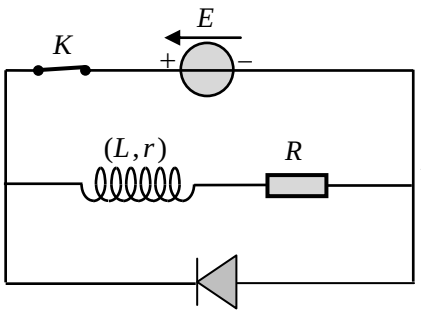
التمرين 43: بكالوريا الجزائر 2017 – شعبة ر + ت رياضي (د إ)

نحقق الدارة الكهربائية الموضحة في **الشكل–72** باستعمال العناصر التالية:

– مولد مثالي للتوتر قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$.

– وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية r .

– ناقل أومي مقاومته $R = 50\Omega$ ، قاطعة K وصمام ثنائي.



الشكل–72

نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ مدة زمنية كافية لإقامة التيار.

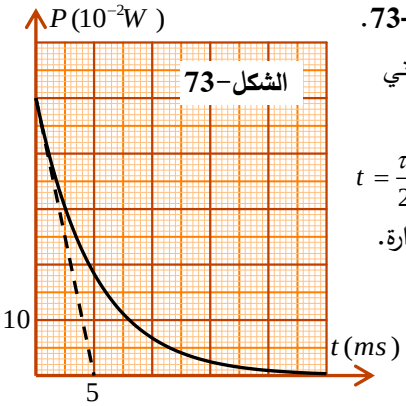
1) عند اللحظة $t = 0$ ، نفتح القاطعة K . ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة؟

2) بتطبيق قانون جمع التوترات، جِدْ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_R(t)$.

3) علما أن العبارة $u_R(t) = Ae^{-\frac{t}{\alpha}}$ (حيث A $(A \neq 0)$ ، α مقدارين ثابتين) حل للمعادلة التفاضلية، حدّد عبارة كلا من A و α بدلالة المقادير المميزة للدارة ثم استنتج عبارة شدة التيار اللحظي $i(t)$.

4) اكتب عبارة الاستطاعة اللحظية $P(t)$ للتحويل الطاقوي الحادث على مستوى الناقل الأومي R بدلالة R ، I_0 (شدة التيار العظمى)، τ (ثابت الزمن للدارة) والزمن t .

5) سمحت المتابعة الزمنية لتطور الاستطاعة اللحظية $P(t)$ للتحويل الطاقوي الحادث على مستوى الناقل الأومي R بواسطة لاقط الواط–متر برسم المنحنى الممثل في **الشكل–73**.



الشكل–73

أ) برهن أنّ المماس للمنحنى البياني عند اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في النقطة ذات الفاصلة $t = \frac{\tau}{2}$ ثم استنتج قيمة ثابت الزمن τ للدارة.

ب) اعتمادا على بيان **الشكل–73**، احسب الشدة العظمى للتيار المار في الدارة.

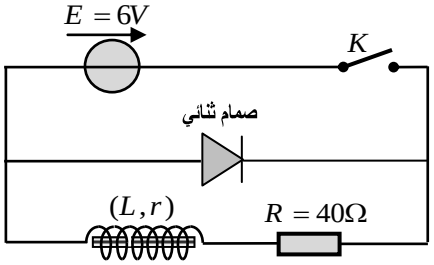
جـ) استنتج قيمة كل من مقاومة الوشيعة r وذاتيتها L .

6) اثبت أن زمن تناقص الاستطاعة الأعظمية المصروفة في الناقل الأومي R إلى النصف هو: $t_{½} = \frac{\tau}{2}\ln 2$ ، ثم أوجد قيمته.

تذكير: $P(t) = R \cdot i^2(t)$

التمرين 44: بكالوريا الجزائر 2017 – شعبة ر + ت رياضي (د إ)

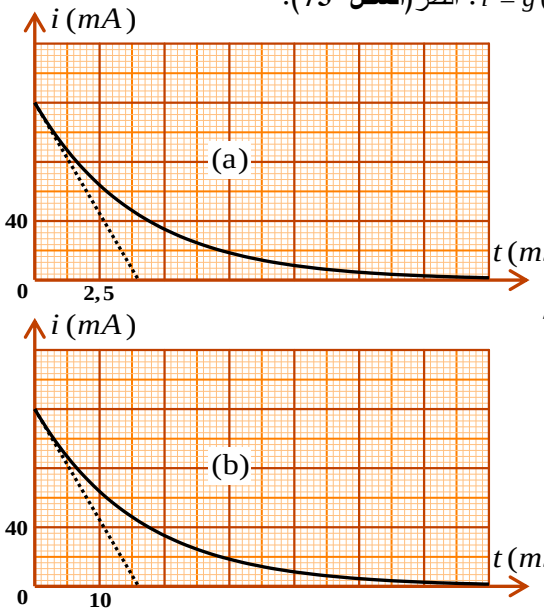
I– حقّق فوج من التلاميذ الدارة الكهربائية المبينة في **الشكل–74**.



الشكل–74

التجربة الأولى (الوشيعة بداخلها نواة حديدية): بعد غلق القاطعة K لمدة طويلة، فُتِحت عند اللحظة $t = 0$ ، فتمكن التلاميذ من الحصول على البيان $i = f(t)$ الممثل لتغيرات شدة التيار بدلالة الزمن.

التجربة الثانية (الوشيعة بدون النواة الحديدية): أُعيدت نفس التجربة السابقة بعد سحب النواة الحديدية، فتمكن التلاميذ من الحصول على البيان $i = g(t)$. أنظر (**الشكل–75**).



الشكل–75

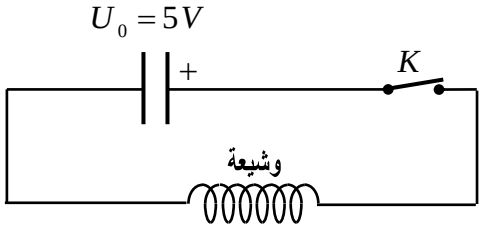
1) حدّد المنحنى الموافق لكل حالة مع التعليل.

2–أ) احسب قيمة مقاومة الوشيعة المستعملة.

ب) استنتج قيمة ذاتية الوشيعة في كل من التجربتين.

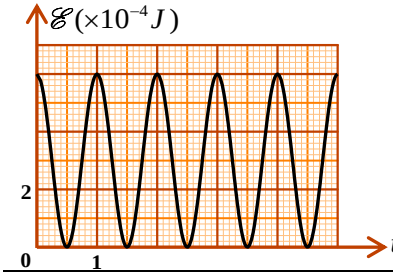
3) احسب قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة في كل من التجربتين. برر الاختلاف بين القيمتين.

II– تم ربط وشيعة أخرى على التسلسل مع مكثفة تحمل شحنة قدرها $Q = 2,5\mu C$ ، مع العلم أن هذه المكثفة شُحِنت كليا تحت توتر كهربائي $U_0 = 5V$ في الدارة الموضحة في **الشكل–76**.



الشكل–76

يمثل البيان الموضح في **الشكل–77** تغيرات الطاقة المخزنة $\mathscr{E}(t)$ داخل المكثفة بدلالة الزمن.



الشكل–77

1) احسب سعة المكثفة.

2-أ) حدّد نمط الاهتزازات الملاحظ، علّل.

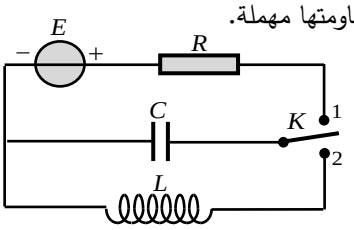
ب) استنتج قيمة ذاتية الوشيعة المستعملة في الدارة.

جـ) هل هذه الوشيعة مماثلة لتلك المستعملة سابقا؟ برّر إجابتك.

يعطى: $\sqrt{10} \approx \pi$

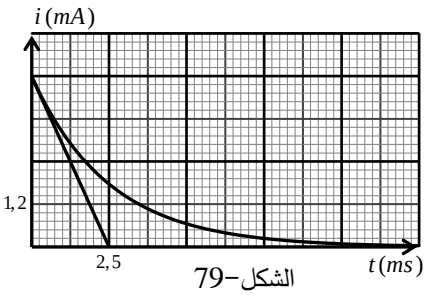
التمرين 45: بكالوريا الجزائر 2017 – شعبة ع التجريبية (د العادية)

نحقّق الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل-78 والتي تتألف من مولد ذي توتر ثابت $E = 6V$، ناقل أومي مقاومته R، مكثفة غير مشحونة سعتها C، بادلة K ووشيعة ذاتيتها L مقاومتها مهملة.



الشكل-78

باستعمال تجهيز التجريب المدعم بالحاسوب تمكنا من الحصول على المنحنى البياني $i = f(t)$ الممثل لتغيرات شدة التيار المار في الدارة بدلالة الزمن أثناء عملية شحن المكثفة، الشكل-79.



الشكل-79

1) أعد رسم دارة الشحن موضحا عليها الجهة الاصطلاحية للتيار الكهربائي وبيّن بسهم التوتر الكهربائي بين طرفي كل عنصر كهربائي.

2) باستعمال قانون جمع التوترات اكتب المعادلة التفاضلية للشحنة q بدلالة الزمن.

3) إنّ حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالعبارة: $q(t) = A \cdot \left(1 - e^{-bt}\right)$. جد عبارة كل من A و b.

4) جد عبارة شدة التيار $i(t)$.

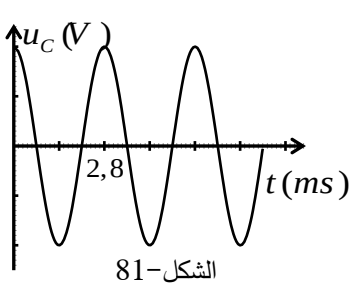
5) باستعمال البيان: **أ)** احسب مقاومة الناقل الأومي R.

ب) بيّن أن سعة المكثفة $C = 2\mu F$.

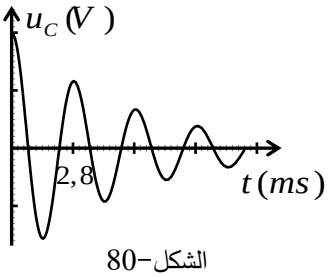
6) بعد إتمام عملية الشحن، وفي اللحظة $t = 0$ نغيّر البادلة إلى الوضع (2). **(خاص بالوحدة:7)**

أ) بيّن أن المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة تعطى بالعبارة: $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_C = 0$

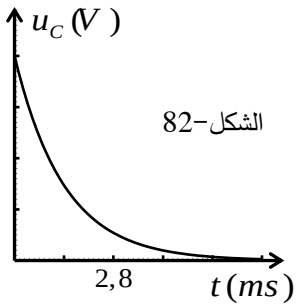
ب) من المنحنيات الآتية، أيها يوافق حل هذه المعادلة مع التعليل.



الشكل-81



الشكل-80



الشكل-82

جـ) بالاعتماد على المنحنى المختار احسب ذاتية الوشيعة L.

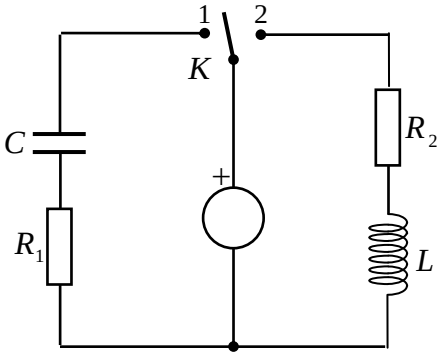
د) احسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة من أجل البادلة في الوضع (2) عند اللحظتين:

$t = 0s$ ، $t = \frac{T}{4}s$ حيث T دور الاهتزاز.

هـ) فسّر التغير الحادث في هذه الطاقة.

التمرين 46: بكالوريا الجزائر 2017 – شعبة ع التجريبية (د إ)

نحقق الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل-83 باستعمال العناصر الكهربائية التالية:



الشكل-83

- مولد مثالي للتوتر الكهربائي، قوته المحركة الكهربائية E.
- ناقلان أوميان مقاومتيهما R_1، R_2 حيث $R_1 = R_2 = R$.
- مكثفة فارغة سعتها C.
- وشيعة صافية ذاتيتها L.
- بادلة K.

1) في اللحظة $t = 0s$، نضع البادلة K في الوضع (1).

أ) ما هي الظاهرة الكهربائية التي تحدث في الدارة؟

ب) مثّل الجهة الاصطلاحية للتيار المار في الدارة وبيّن بسهم التوتر الكهربائي بين طرفي كل عنصر كهربائي.

جـ) جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.

د) بيّن أن $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية.

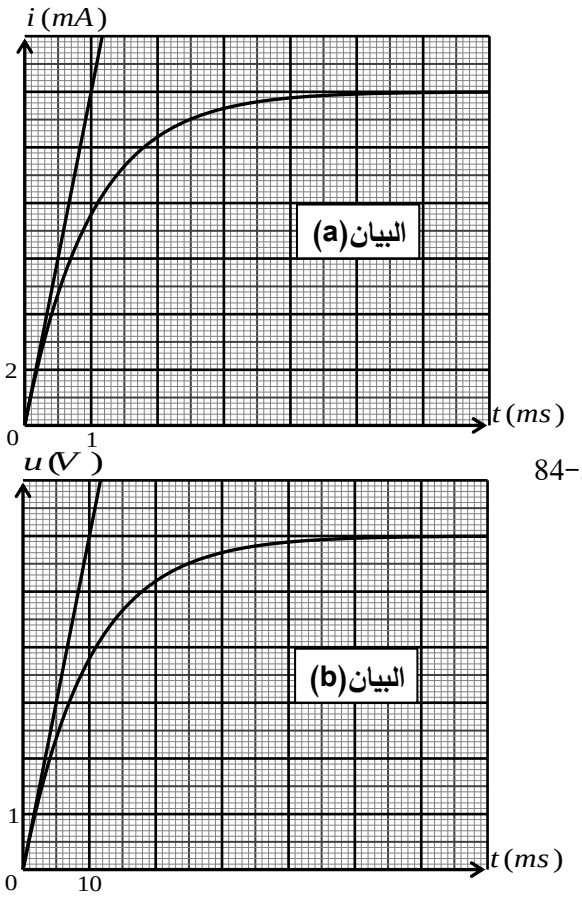
2) نضع الآن البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة.

أ) جد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$.

ب) حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل: $i(t) = A \cdot e^{-\frac{Rt}{L}} + B$ حيث: A و B ثابتين. جد عبارة كل منهما.

3) بواسطة برمجية خاصة تمكنا من الحصول على البيانين (a) و (b) الممثلين في الشكل-84.

أحدهما يوافق البادلة في الوضع (1) والآخر يوافق البادلة في الوضع (2).



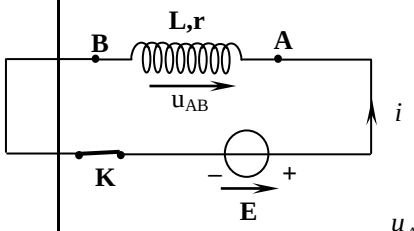
الشكل-84

أ) أرفق كل منحنى بالوضع المناسب للبادلة مع التعليل.

ب) باستعمال البيانين جد قيم المقادير التالية: E، R، C و L.

حل التمرين ❶: بكالوريا الجزائر 2008 – شعبة ر+ ت رياضي

1- مخطط الدارة:



2- أ- $u_{AB}=E$ ؛ $u_{AB}=L\frac{di}{dt}+ri$

$\therefore \quad L\frac{di}{dt}+ri=E$ أو $\frac{di}{dt}+\frac{r}{L}i-\frac{E}{L}=0$

ب- التحقق من أن $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة:

بالتعويض بالعبارتين: $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right)$ ؛ $\frac{di}{dt}=I_0\cdot\frac{r}{L}\cdot e^{-\frac{r}{L}t}$

في عبارة المعادلة التفاضلية نجد: $0=0$ (الـ م. التفاضلية محققة)

3- أ- بالرجوع إلى العبارة المعطاة : $i(t)=0,45\left(1-e^{-10t}\right)$

$\Leftarrow \quad I_0=0,45\ A$.

ب- في النظام الدائم : $\frac{di}{dt}=0 \Leftarrow r=\frac{E}{I_0} \Leftarrow r=10\ \Omega$

جـ- من العبارة $i(t)=0,45\left(1-e^{-10t}\right)$ و بالمقارنة مع العبارة $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right)$ نجد: $\frac{r}{L}=10\ SI$ ، $r=10\ \Omega$

$\Leftarrow \quad L=1\ H$

د- $\tau=\frac{L}{r} \Leftarrow \tau=0,1\ s$.

4- أ- $E_{(L)}=\frac{1}{2}LI_0^2=0,10125\ J$

ب- $u_{AB}=L\frac{di}{dt}+ri \Leftarrow u_{AB}(t)=4,5e^{-10t}$

جـ- $t=0,3\ s \Leftarrow u_{AB}(3)=4,5e^{-3}=0,224V$

حل التمرين ❷: بكالوريا الجزائر 2008 – شعبة ر+ ت رياضي

1- أ- تُشحن المكثفة.

ب- بواسطة راسم اهتزاز مهبطي ذو ذاكرة أو جهاز إعلام آلي مزود ببطاقة مدخل.

جـ- المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_{AB}+Ri-E=0$

لكن: $i=\frac{dq}{dt}=C\cdot\frac{du_{AB}}{dt}$ ، بالتالي: $RC\cdot\frac{du_{AB}}{dt}+u_{AB}=E$

د- عبارة ثابت الزمن للدارة: $\tau=RC$

التحليل البعدي: $U=Ri \Leftarrow [R]=[U]\times[I]^{-1}$

$i=C\cdot\frac{dU}{dt} \Leftarrow [C]=[T]\times[U]^{-1}\times[I]$

ومنه: $[\tau]=[R]\times[C]=[U]\times[I]^{-1}\times[T]\times[U]^{-1}\times[I]=[T]$

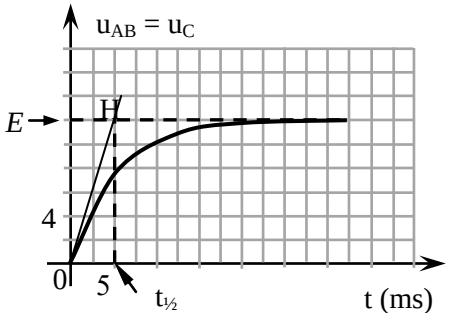
ثابت الزمن τ له بعد الزمن، فهو يقدر بوحدة الثانية في جملة الوحدات الدولية (SI).

هـ- إثبات أن $u_{AB}(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلاً للمعادلة التفاضلية:

بالتعويض في المعادلة $RC\cdot\frac{du_{AB}}{dt}+u_{AB}=E$ بالعبارة $u_{AB}(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ و مشتقها $\frac{du_{AB}}{dt}=\frac{E}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

نجد أن الطرفين متساويين: $E=E$ أي أن المعادلة التفاضلية محققة.

و- شكل المنحنى البياني $u_{AB}=f(t)$:



ي- المقارنة من البيان :

بيانيًا، عند اللحظة $t=5\tau$: $u_{AB}=11,9V$، بالتالي:

$\frac{u_{AB}}{E}=\frac{11,9}{12}=0,99$

$\Leftarrow$ المكثفة في اللحظة $t=5\tau$ بلغت 99% من شحنتها الكلية.

2- أ- يحدث تفريغ للمكثفة.

ب- قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية:

$E_{(C)}=\frac{1}{2}CU_{\max}^2=\frac{1}{2}\times10^{-6}\times12^2=7,2\times10^{-5}\ J$

حل التمرين ❸: بكالوريا الجزائر 2008 – شعبة ع التجريبية

1- شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة $\Delta t=15\ s$ من غلق الدارة:

حسب البيان المعطى فإن النظام القائم في الدارة بعد انقضاء المدة الزمنية السابقة هو النظام الدائم: $u_C+Ri-E=0$

$i=0 \Leftarrow Ri=0 \Leftarrow u_C=E-Ri=0 \Leftarrow$

2- عبارة ثابت الزمن للدارة هي: $\tau=RC$

التحليل البعدي: $U=RI \Leftarrow [R]=[U]\times[I]^{-1}$

$i=C\frac{du_C}{dt} \Leftarrow [C]=[T]\times[I]\times[U]^{-1}$

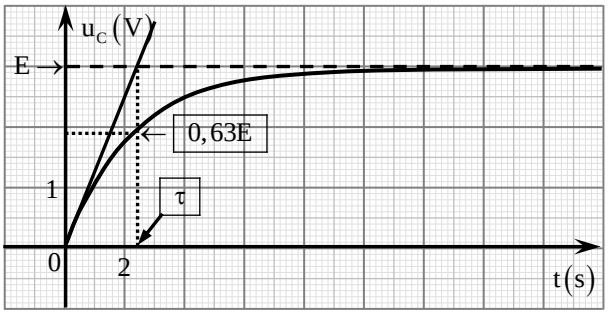
ومنه: $[\tau]=[R]\times[C]=[U]\times[I]^{-1}\times[T]\times[I]\times[U]^{-1}=[T]$

ثابت الزمن τ من جنس الزمن و يقدر بوحدة الثانية (s) في جملة الوحدات الدولية $(S\cdot I)$.

3- قيمة τ واستنتاج قيمة السعة C للمكثفة:

- من البيان:

حسب العلاقة: $u_C(\tau)=0,63E$ أو من تقاطع المماس عند المبدأ مع المستقيم المقارب $u_C=E$ نجد: $\tau=2,4\ s$



- قيمة السعة C: $\tau = RC \Leftarrow C = \frac{\tau}{R}$

$$\therefore \quad C = \frac{2,4}{10^4} = 240\ \mu F$$

4- أ) عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة $q(t)$: $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

ب) عبارة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بدلالة $q(t)$: $u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$

جـ) التحقق من أن الـ م. ت للتوتر $u_C(t)$ هي: $u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E$

لدينا: $u_C + Ri = E$ ؛ $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$

$$\Leftarrow \quad u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E$$

5- بتعويض العبارة $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{A}}\right)$ في المعادلة التفاضلية

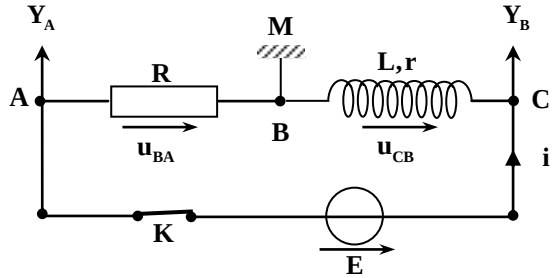
$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E$، نجد:

$A = RC$ أي $A = \tau$ (ثابت الزمن)

τ هو الزمن اللازم لبلوغ شحنة المكثفة 63% من قيمتها الأعظمية عندما تُشحن تمامًا.

حل التمرين ❹: بكالوريا الجزائر 2008 – شعبة ع التجريبية

1- توصيل الدارة:



ملاحظة : يجب الضغط على زر الجهاز INV عند المدخل Y_A للحصول على التوتر u_{AB}.

2- أ) حساب قيمة u_{BA} في النظام الدائم: بيانيًا: $u_{BA} = 10V$.

ب) حساب قيمة u_{CB}:

من علاقة جمع التوترات: $E = (r-R)i + L\frac{di}{dt}$،

في حالة النظام الدائم : $\frac{di}{dt} = 0$

بالتالي: $E = (r-R)I_0 = u_{CB} + u_{BA}$

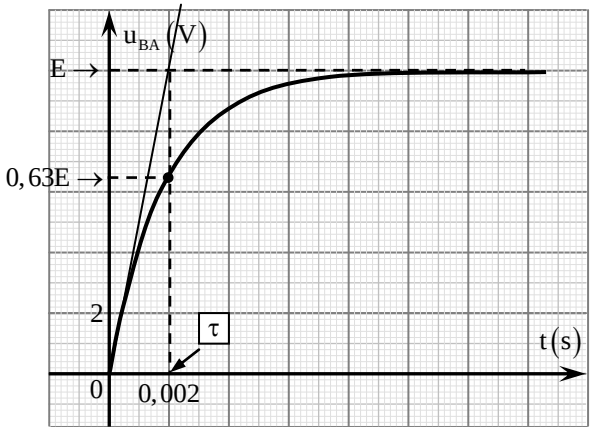
$$\Leftarrow \quad u_{CB} = E - u_{BA} = 12 - 10 = 2V$$

جـ) الشدة العظمى للتيار:

في حالة النظام الدائم: $u_{BA} = RI_0$ ؛ $u_{CB} = rI_0 \Leftarrow \frac{di}{dt} = 0$

$$\Leftarrow \quad I_0 = \frac{u_{BA}}{R} = 1\ A$$

3- أ) قيمة τ ثابت الزمن المميز للدارة: (لاحظ البيان)



من البيان: $\tau = 0,002\ s = 2,0\ ms$ ويتم تحديده من تقاطع المستقيم المماس عند المبدأ مع الخط المقارب.

ب) مقاومة وذاتية الوشيعة:

- حساب r: من العلاقة $u_{CB} = rI_0 \Leftarrow r = \frac{u_{CB}}{I_0} = 2\ \Omega$

- حساب L: من العلاقة $\tau = \frac{L}{R+r} \Leftarrow L = \tau(R+r)$

$$\Leftarrow \quad L = 24\times10^{-3}\ H = 24\ mH$$

4- الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة: $E = \frac{1}{2}LI_0^2$

ومنه: $E_0 = \frac{1}{2}\times24\times10^{-3}\times1^2 = 12\times10^{-3}\ J$

حل التمرين ❺: بكالوريا الجزائر 2009 – شعبة ر+ ت رياضي

1- المعادلة التفاضلية لشدة التيار: $E = R\,i + L\frac{di}{dt} + r\,i$

بوضع $R' = R + r$

فإن $E = R'i + L\frac{di}{dt} \Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R'}{L}i = \frac{E}{L} \quad \cdots\cdots(1)$

2- في النظام الدائم، تسلك الوشيعة سلوك ناقل أومي عادي لأن $\frac{di}{dt} = 0$ إذن، عبارة شدة التيار عندئذ:

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \quad \Leftarrow \quad E = R'I_0 = (R+r)I_0$$

3- أ- إيجاد العبارة الحرفية لكل من A و τ:

$$\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Leftarrow \quad i(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية (1):

$$\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L}\left(A - A\,e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}$$

و منه: $\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A(R+r)}{L} + \frac{A(R+r)}{L}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}$

$$e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{A}{\tau} - \frac{A(R+r)}{L}\right) + \frac{A(R+r)}{L} = \frac{E}{L}$$

بالتالي: $\frac{A}{\tau}=\frac{A(R+r)}{L} \Leftarrow \tau=\frac{L}{R+r}$

كذلك: $\frac{A(R+r)}{L}=\frac{E}{L} \Leftarrow A=\frac{E}{R+r}$

ب- استنتاج عبارة التوتر u_{BC} بين طرفي الوشيعة:

$u_{BC}=L\frac{di}{dt}+r\,i$ حيث أن: $i(t)=\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{(R+r)t}{L}}\right)$

بالتالي:

$$u_{BC}=L\times\frac{E}{R+r}\times\frac{R+r}{L}\,e^{-\frac{(R+r)t}{L}}+\frac{E.r}{R+r}\left(1-e^{-\frac{(R+r)t}{L}}\right)$$

إذن: $u_{BC}=E\;e^{-\frac{(R+r)t}{L}}+\frac{E.r}{R+r}\left(1-e^{-\frac{(R+r)t}{L}}\right)$

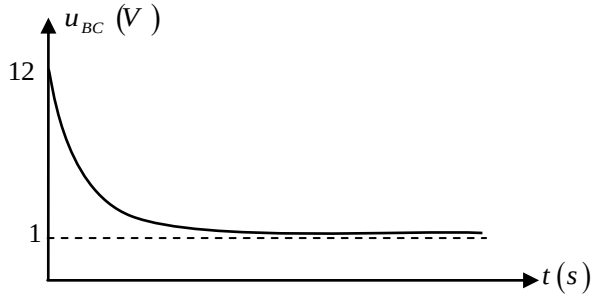
4- أ- حساب قيمة التوتر u_{BC} في النظام الدائم:

في هذه الحالة $i=I_0=\frac{E}{R+r}$ ؛

$$u_{BC}=u_{(L,r)}=r\,i=\frac{r}{R+r}E$$

إذن: $u_{(L,r)}=1V$

ب- رسم كيفي لبيان تغيرات التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة:

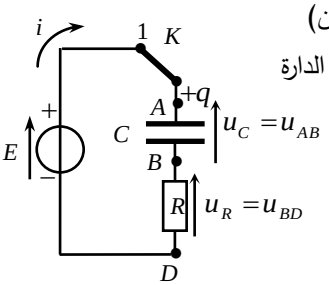


حل التمرين ❻: بكالوريا الجزائر 2009 – شعبة ر+ ت رياضي

1- البادلة عند الوضع (1): (دارة الشحن)

أ- جهة التيار الكهربائي المار في الدارة وتمثّيل التوترين u_C ، u_R:

لاحظ الشكل المقابل



ب- التعبير عن u_C و u_R بدلالة شحنة المكثفة $q=q_A$

وإيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q:

لدينا: $u_C=\frac{q}{C}$ ، $i=\frac{dq}{dt} \Leftarrow u_R=Ri=R\frac{dq}{dt}$

المعادلة التفاضلية: $u_{AD}=u_{AB}+u_{BD} \Leftarrow E=\frac{q}{C}+R\frac{dq}{dt}$

إذن: $\frac{dq}{dt}+\frac{1}{RC}q=\frac{E}{R}$ ……(معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى)

جـ- عبارة كل من A و α بدلالة E، R و C:

حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل: $q(t)=A\left(1-e^{-\alpha t}\right)$،

بالتالي: $\frac{dq}{dt}=A.\alpha.e^{-\alpha t}$ ، بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$A.\alpha.e^{-\alpha t}+\frac{A}{RC}-\frac{A}{RC}e^{-\alpha t}=\frac{E}{R}$$،

ومنه: $e^{-\alpha t}\left(A.\alpha-\frac{A}{RC}\right)=\frac{E}{R}-\frac{A}{RC}$

* عندما $t=0$: $e^{-\alpha t}=1 \Leftarrow A.\alpha=\frac{E}{R}$

* عندما $t=\infty$: $e^{-\alpha t}=0 \Leftarrow \frac{E}{R}-\frac{A}{RC}=0$

إذن: $\begin{cases}A.\alpha=\frac{E}{R}\\ \frac{E}{R}-\frac{A}{RC}=0\end{cases} \Leftrightarrow \alpha=\frac{1}{RC}\;;\;A=C.E$

أي أن: $q(t)=C.E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$

د- استنتاج قيمة E: قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة $(5V)$، عندئذ التيار لا يمر $(i=0)$ لأن المكثفة مشحونة نهائيا و بذلك يكون:

$u_R=0 \Leftarrow u_C=E=5V$ ……(نظام دائم)

هـ/ استنتاج سعة المكثفة (C):

بالتعريف: $E_{(C)}=\frac{1}{2}C.(u_C)^2_{\max}=\frac{1}{2}C.E^2 \Leftarrow C=\frac{2E_{(C)}}{E^2}$

$$C=\frac{2E_{(C)}}{E^2}=\frac{2\times5\times10^{-3}}{5^2}=4\times10^{-4}\ F=400\ \mu F \xleftarrow[E=5V]{E_{(C)}=5\ mJ}$$

2- البادلة عند الوضع (2): (دارة التفريغ)

أ/ يحدث للمكثفة تفريغ كهربائي في الناقل الأومي.

ب/ المقارنة بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة (K):

* ثابت الزمن في الوضع (1) للبادلة:

$$\tau_1=RC=470\times400\times10^{-6}=0{,}188\ s$$

* ثابت الزمن في الوضع (2) للبادلة:

$$\tau_2=(R+R)C=2RC=2\tau_1$$

نستنتج أن ثابت الزمن لدارة التفريغ يعادل ضعف ثابت الزمن لدارة الشحن.

حل التمرين ❼: بكالوريا الجزائر 2009 – شعبة ع التجريبية

1- المعادلة التفاضلية:

$$E=u_C+Ri \xleftarrow{u_R=Ri} E=u_C+u_R$$

$$E=u_C+RC\frac{du_C}{dt} \xleftarrow{i=C\frac{du_C}{dt}}$$

بالتالي: $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C-\frac{E}{RC}=0$

2- $u_C(t)=E(1-e^{-\frac{1}{RC}t})$ حل للمعادلة التفاضلية:

لدينا: $u_C(t)=E(1-e^{-\frac{1}{RC}t}) \Leftarrow \frac{du_C}{dt}=\frac{E}{RC}\times e^{-\frac{1}{RC}t}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية، نجد:

$$\frac{E}{RC}\times e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{1}{RC}\times E(1-e^{-\frac{1}{RC}t})-\frac{E}{RC}=0$$

ومنه: $u_C(t)=E(1-e^{-\frac{1}{RC}t})$، حل للمعادلة التفاضلية:

$$\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C-\frac{E}{RC}=0$$.

3- وحدة المقدار RC (التحليل البعدي):

$$[RC]=[R]\times[C]=\frac{[V]}{[A]}\times\frac{[q]}{[V]}=\frac{[A]\times[T]}{[A]}=[T]$$

بالتالي: RC متجانس مع الزمن.

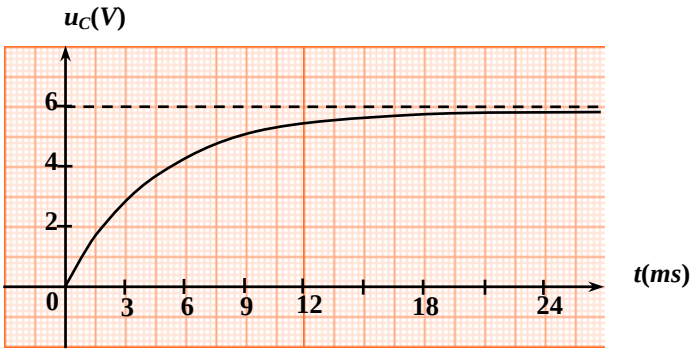
مدلوله العملي بالنسبة للدارة الكهربائية: هو المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثفة بنسبة 63%

اسمه: ثابت الزمن، يرمز له بالرمز: $\tau=RC$

4- تكملة الجدول:

$t\,(ms)$	0	6	12	18	24
$u_C(t)\ \ (V)$	0	3,79	5,19	5,70	5,89

5- المنحنى البياني $u_C(t)=f(t)$:



6- العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$:

لدينا: $\frac{du_C}{dt}=\frac{E}{RC}\times e^{-\frac{1}{RC}t}$ ؛ $i=C\frac{du_C}{dt}$

$$\Leftarrow\quad i(t)=\frac{E}{R}\times e^{-\frac{1}{RC}t}$$

قيمة الشدة في اللحظتين $(t=0)$ و $(t\to\infty)$:

$$i(0)=\frac{E}{R}=\frac{6}{5\times10^3}=1,2\ mA$$

$$i(\infty)=0\ mA$$

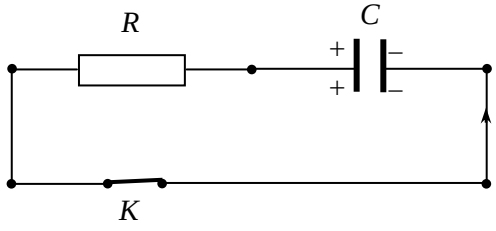
7- عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة:

بالتعريف: $E_{(C)}(t)=\frac{1}{2}C.u_C{}^2(t)$ ؛ $u_C(\infty)=E=6V$

بالتالي: $E_{(C)}(\infty)=\frac{1}{2}C.E^2=\frac{1}{2}\times1,2\times10^{-6}\times6^2=21,6\ \mu J$

حل التمرين ❽: بكالوريا الجزائر 2009 – شعبة ع التجريبية

1- رسم مخطط الدارة: (أنظر الشكل)



2- تمثيل i (لاحظ مخطط الدارة)

3- العلاقة بين u_R و u_C:

$$u_C+u_R=0\quad\Leftarrow\quad u_C=-u_R$$

4- المعادلة التفاضلية بدلالة u_C:

$$u_C+R\frac{dq}{dt}=0\ \xleftarrow{u_R=Ri\ ;\ i=\frac{dq}{dt}}\ u_C+u_R=0$$

$$\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=0\ \text{ أو }\ u_C+RC\frac{du_C}{dt}=0\ \xleftarrow{\frac{dq}{dt}=C\frac{du_C}{dt}}$$

5- تعيين كل من a و b: حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل: $u_C=a\times e^{b\cdot t}$ بالتالي: $\frac{du_C}{dt}=a\times b\times e^{b\cdot t}$ ، بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $a\times b\times e^{b\cdot t}+\frac{1}{RC}\times a\times e^{b\cdot t}=0$

أو $a.b.RC.e^{b\cdot t}+a.e^{b\cdot t}=0$

ومنه: $e^{b\cdot t}(a\cdot b\cdot RC+a)=0\ \Leftarrow\ a\cdot b\cdot RC+a=0$

$$\Leftarrow\quad a(b\cdot RC+1)=0$$

إذن: $b\cdot RC+1=0\ \Leftarrow\ b=-\frac{1}{RC}\ \Leftarrow\ b=-666,7$

عند $t=0$ فإن: $u_C(0)=a=\frac{q_0}{C}=E=6$

6- العبارة الزمنية للتوتر u_C:

$$u_C=E\times e^{-\frac{1}{RC}t}=6\times e^{-666,7t}\ \xleftarrow{a=E\ ;\ b=-\frac{1}{RC}}\ u_C=a\times e^{b\cdot t}$$

7- بيانيا: عند $t=0$ فإن $u_C(0)=6V$ كذلك: $\tau=RC=-\frac{1}{b}$ ؛

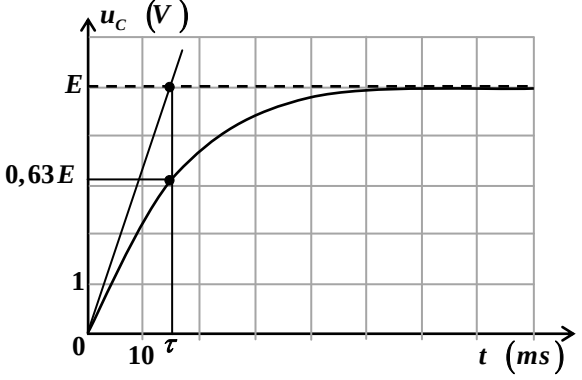
$$\tau=1,5\times10^{-3}\ s\ \Leftarrow\ u_C(\tau)=0,37E=2,22V$$

إذن: $b=-\frac{1}{\tau}=-\frac{1}{1,5\times10^{-3}}=-666,7\ s$

وهي نفس القيم لـ a و b المتحصل عليها في إجابة السؤال – 5.

حل التمرين ❾: بكالوريا الجزائر 2010 – شعبة ر+ ت رياضي

1- أ- البيان $u_C=f(t)$: ..... (لاحظ الشكل المرفق)



ب- قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC واستنتاج قيمة السعة C للمكثفة، بيانيا:

كما هو موضح على الشكل وبطرق مختلفة نجد: $\tau=15\ ms$

بالتالي: $C=\frac{\tau}{R}\ \Leftarrow\ \tau=RC$

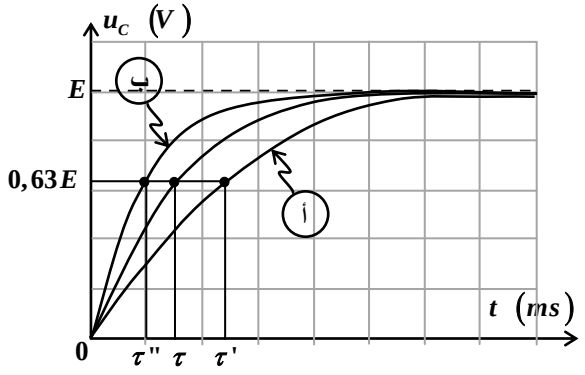
$$C=\frac{15\times10^{-3}}{120}=1,25\times10^{-4}\ F\ \Leftarrow$$

إذن: $C=125\ \mu F$

2- الحالة (أ): عندما $C'>C$ فإن $\tau'>\tau$

الحالة (ب): من أجل $R<120\ \Omega$ فإن $\tau"<\tau$

ومنه، البيانات المطلوبة في كل الحالات (كيفيا)



3- أ- المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_C + u_R = E$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R} \quad \Leftarrow$$

ب- تعيين الثوابت A، α و β:

$q(t) = Ae^{\alpha t} + \beta \Leftarrow \frac{dq(t)}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$، بالتعويض في

المعادلة التفاضلية: $Ae^{\alpha t}\left(\alpha + \frac{1}{RC}\right) + \left(\frac{\beta}{RC} - \frac{E}{R}\right) = 0$

و منه: $\alpha = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau}$ ، $\beta = CE = Q_{\max}$

كذلك: $t = 0 \Leftarrow A + \beta = 0 \Leftarrow A = -\beta = -Q_{\max}$

4- أ- الطاقة الكهربائية E_0 المخزنة في المكثفة في اللحظة $t = 0$:

$$E_0 = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}C\left(u_C\right)_{\max}^2 = \frac{1}{2}CE^2 \Leftarrow \left(u_C\right)_{\max} = E = 5V$$

$$E_0 = \frac{1}{2}\times 1,24\times 10^{-4}\times (5)^2 = 1,55\times 10^{-3}\ J \quad \Leftarrow$$

$$E_0 = 1,55\ mJ \quad \Leftarrow$$

ب- الزمن الذي من أجله تصبح الطاقة المخزنة في

المكثفة $E = \frac{E_0}{2}$: بالتعريف: $E\left(t_{1/2}\right) = \frac{E_0}{2}$ حيث:

$$t_{1/2} = \frac{\tau \ln 2}{2} \Leftarrow t_{1/2} = \frac{15\times 10^{-3}\times \ln 2}{2} = 5,2\times 10^{-3}s \Leftarrow$$

$$t_{1/2} = 5,2\ ms \quad \Leftarrow$$

حل التمرين⑩: بكالوريا الجزائر 2010 – شعبة ر+ ت رياضي

1- أ- حساب شدة التيار الكهربائي I_0 في النظام الدائم وقيمة τ ثابت الزمن للدارة:

$\tau = 10\ ms$ ؛ $I_0 \simeq 0,24\ A$.

ب- قيمة المقاومة r والذاتية L للوشيعة:

في النظام الدائم: $I_0 = \frac{E}{R+r} \Leftarrow r = \frac{E}{I_0} - R \Leftarrow r = 7,5\ \Omega$

$$L = 0,25\ H \quad \Leftarrow \quad L = (R+r)\tau \quad \Leftarrow \quad \tau = \frac{L}{R+r}$$

2- أ- إثبات أن $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{I_0}{\tau}$:

$$E = (R+r)I_0 \ ; \ (R+r)i + L\frac{di}{dt} = E$$

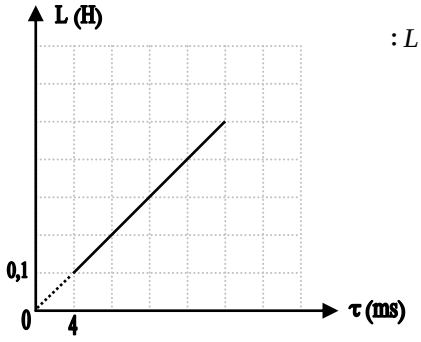
$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{I_0}{\tau} \Leftarrow \frac{1}{\tau} = \frac{R+r}{L} \Leftarrow \tau = \frac{L}{R+r}$$

ب- إثبات أن حل المعادلة هو من الشكل: $i = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد أن $i = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ هو حل لها.

3- أ- رسم البيان $L = h(\tau)$:

لاحظ الشكل المرفق.



ب- معادلة البيان:

$L = a.\tau \Leftarrow L = 25.\tau$.

جـ- قيمة مقاومة الوشيعة r: $\tau = \frac{L}{R+r} \Leftarrow L = (R+r)\tau$

بالمقارنة مع $L = 25.\tau \Leftarrow$

$R + r = 25 \Leftarrow r = 25 - 17,5 = 7,5\ \Omega$ وهي نفس النتيجة المحسوبة سابقا للمقاومة r.

حل التمرين 11: بكالوريا الجزائر 2010 – شعبة ر+ ت رياضي

1- أ- قيمة ثابت الزمن τ وقيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد ثم حساب سعة المكثفة C:

$E = 14,8V$ ؛ $\tau = 14ms$

$C = 28\times 10^{-6}F = 28\mu F$ ومنه: $\tau = R\cdot C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R}$

ب- تحديد المدة الزمنية t' لاكتمال عملية شحن المكثفة:

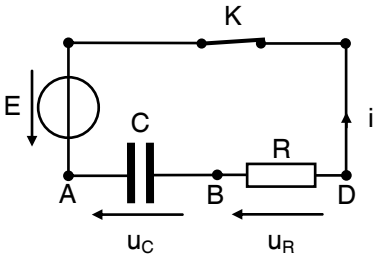
$u_C(t') = 14,8\times\frac{99}{100} = 14,65V$

بيانيا: $t' = 70ms$

جـ- العلاقة بين t' و τ: $t' = 5\tau$

2- المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة:

بتطبيق قانون جمع التوترات



$$E = u_C + u_R$$

$$E = u_C + R\cdot i$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C\cdot\frac{du_C}{dt}$$

$$E = u_C + RC\cdot\frac{du_C}{dt}$$

ومنه: $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}\cdot u_C - \frac{E}{RC} = 0$

الإثبات أنها تقبل حلا من الشكل: $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$:

$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \rightarrow \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

بالتعويض في م. ت: $\frac{E}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{RC}\cdot E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) - \frac{E}{RC} = 0$

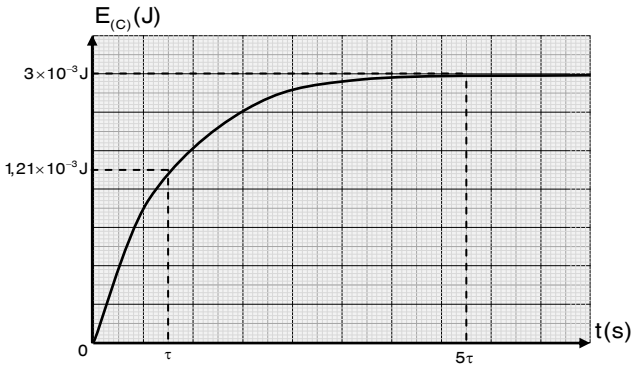
ومنه: $0 = 0$

3- قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة $E_{(C)}$ في المكثفة عند اللحظات:

$t_0 = 0$ ، $t_1 = \tau$ و $t_2 = 5\tau$: $E_{(C)}(t) = \frac{1}{2}Cu_C^2(t)$

$$\begin{cases} t_0 = 0 \rightarrow E_{(C)}(0) = 0J \\ t_1 = \tau \rightarrow E_{(C)}(\tau) = \frac{1}{2}C(0,63E)^2 = 1,21\times10^{-3}J \\ t_2 = 5\tau \rightarrow E_{(C)}(5\tau) = \frac{1}{2}C(0,99E)^2 = 3\times10^{-3}J \end{cases}$$ ومنه:

توقع شكل المنحنى $E_{(C)} = f(t)$ (برسم كيفي) :



حل التمرين 12: بكالوريا الجزائر 2010 – شعبة ع التجريبية

1- عبارة كل من $u_R(t)$ و $u_b(t)$:

بالتعريف: $u_R(t) = R\cdot i(t)$ ، $u_b(t) = r\cdot i(t) + L\cdot\frac{di(t)}{dt}$

2- المعادلة التفاضلية:

قانون تجميع التوترات: $E = (R+r)i + L\frac{di}{dt}$

بالتالي: $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$

3- إثبات أن العبارة $i(t) = \frac{E}{R+r}(1-e^{-(\frac{R+r}{L})t})$ ، حل للمعادلة التفاضلية السابقة:

باشتقاق عبارة التيار و التعويض في المعادلة التفاضلية:

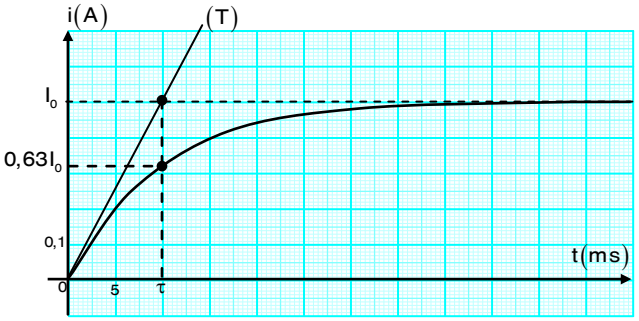
$$\frac{(R+r)}{L}\times\frac{E}{R+r}e^{-(\frac{R+r}{L})t} + \frac{(R+r)}{L}\times\frac{E}{R+r}(1-e^{-(\frac{R+r}{L})t}) = \frac{E}{R}$$

ومنه، المعادلة محققة.

4- أ- المقاومة r للوشيعة: بيانيا $I_0 = 0,5A$ ، حيث $I_0 = \frac{E}{R+r}$

$$\Leftarrow r = \frac{E}{I_0} - R \Leftarrow r = 2\ \Omega$$

ب- تعيين ثابت الزمن τ وحساب الذاتية L للوشيعة:



بيانيا أو حسابيا، نجد: $\tau = 10\ ms$

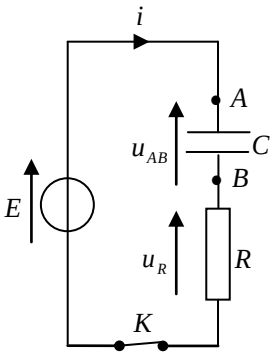
ومنه: $L = 0,12\ H \Leftarrow L = (R+r)\tau$

5- الطاقة الكهربائية E_b المخزنة في الوشيعة في النظام الدائم:

بالتعريف: $E_b = \frac{1}{2}LI_0^2 \Leftarrow E_b = 15\ mJ$

حل التمرين 13: بكالوريا الجزائر 2010 – شعبة ع التجريبية

1- مخطط الدارة وتوجيهها:



2- تعيين قيمة ثابت الزمن τ للدارة ومدلوله الفيزيائي، واستنتاج قيمة سعة المكثفة C:

من البيان نجد: $\tau = 1ms$

وهو الزمن اللازم لشحن الكثفة بنسبة 63% من شحنتها العظمى.

سعة المكثفة C:

$$C = \frac{10^{-3}}{100} = 10^{-5}F = 10\mu F \text{ ومنه: } \tau = R\cdot C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R}$$

3- حساب شحنة المكثفة عند بلوغ الدارة للنظام الدائم:

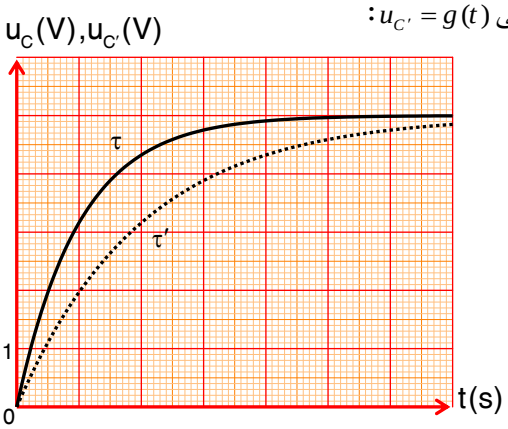
$Q_{\max} = q_0 = C\cdot E$ ومنه: $q_0 = 5\times10^{-5}Coulomb$

4- شكل المنحنى $u_{C'} = g(t)$:

$$\begin{cases} \tau = R\cdot C \\ \tau' = 2R\cdot C \end{cases}$$

ومنه:

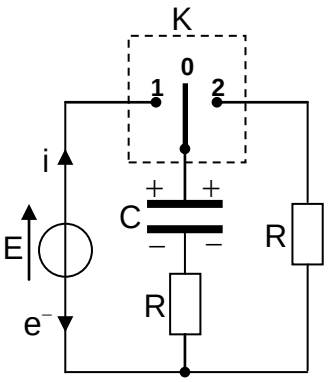
$\tau' = 2\tau$



حل التمرين 14: بكالوريا الجزائر 2011 – شعبة ر+ ت رياضي

أولا: البادلة في الوضع 1:

1- أ – رسم الدارة:



حاملات الشحنة في الدارة الكهربائية هي: الإلكترونات

ب – العلاقات المطلوبة:

- العلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

- العلاقة بين $u_C(t)$ و $q(t)$:

$$q(t) = C\cdot u_C(t)$$

- العلاقة بين $i(t)$ و $u_C(t)$:

مما سبق: $i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$

2- أ – العلاقة بين $u_C(t)$ و $u_R(t)$:

من قانون جمع التوترات: $u_R(t) + u_C(t) = E$

ومنه: $RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$

والتي توافق: $\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A$

ب – القيمة العددية لكل من τ_1 و A :

$A = E = 6V$

$\tau_1 = RC = 200 \times 250 \times 10^{-6} = 0,05\ s$

جـ: وحدة τ_1 و تعريفه: $\tau_1 = (A - u_C)\frac{dt}{du_C}$

بالتحليل البعدي: $[\tau_1] = \frac{[U] \times [T]}{[U]} = [T]$

التعريف:

τ_1 هو ثابت الزمن (الزمن المميز) ويوافق المدة الزمنية اللازمة للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة لبلوغ 63% من قيمته الأعظمية خلال الشحن.

3– أ – قيمة τ_1 البيانية ومقارنتها مع القيمة المحسوبة سابقا:

بيانيا: $\tau_1 = 0,05\ s$

وهي متطابقة مع القيمة المحسوبة في السؤال – 2.ب

ب – المدة الزمنية الصغرى Δt و مقارنتها مع τ_1 :

بيانيا $\Delta t = 0,25\ s$ وهي توافق 5τ .

ثانيا: البادلة في الوضع **2** :

أ – الظاهرة الفيزيائية التي تحدث:

عند وضع البادلة في الوضع 2 فإن الظاهرة الفيزيائية التي تحدث في الدارة هي: ظاهرة تفريغ المكثفة المشحونة في الناقل الأومي.

المعادلة التفاضلية لـ $u_C(t)$ الموافقة: $2u_R(t) + u_C(t) = 0$

ومنه: $2RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$

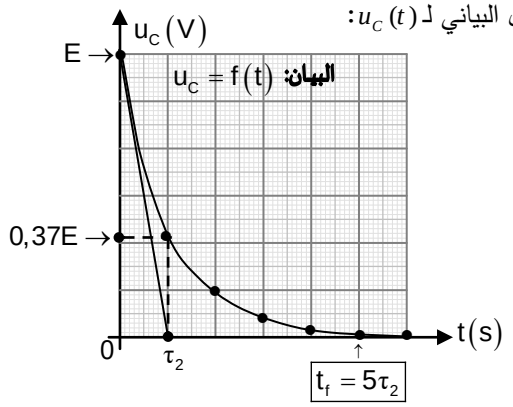
ب – حساب τ_2 ومقارنتها مع τ_1 :

$\tau_2 = 2RC = 0,1\ s$

المقارنة: $\tau_2 = 2\tau_1$

الاستنتاج: مدة تفريغ المكثفة تعادل ضعف مدة شحنها.

جـ – التمثيل البياني لـ $u_C(t)$:



حل التمرين 15: بكالوريا الجزائر 2011 – شعبة ر+ ت رياضي

1– المعادلة التفاضلية: $E = u_b(t) + u_R(t)$

$\Leftarrow \quad E = r \cdot i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t)$

ومنه: $\frac{di(t)}{dt} + \frac{R+r}{L}i(t) = \frac{E}{L}$

وهي من الشكل : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = \frac{E}{L}$ حيث: $\tau = \frac{L}{R+r}$

2 – الثابت A وماذا يمثل؟:

لدينا: $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ و $\frac{di(t)}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية ينتج: $A = \frac{E}{R+r}$

و يمثل: الشدة الأعظمية أو الشدة في النظام الدائم

3 – عبارة τ : $\tau = \frac{L}{R+r} = \frac{L}{R_T}$

التحليل البعدي: $[\tau] = \frac{[L]}{[R_T]} = \frac{[U] \times [T]}{[A] \times [U]/[A]} = [T]$

4 – أ – قيمة τ البيانية و شرح الطريقة المتبعة في ذلك:

$\tau = 0,2\ ms$

الطريقة: رسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$ أو طريقة 63%

قيمتي r و L :

بيانيا نجد: $I_0 = 180\ mA = 0,18\ A$

ومن النظام الدائم: $r = \frac{E - RI_0}{I_0} = 5\ \Omega$

من عبارة ثابت الزمن، ينتج: $L = \tau(R+r) = 0,01\ H$

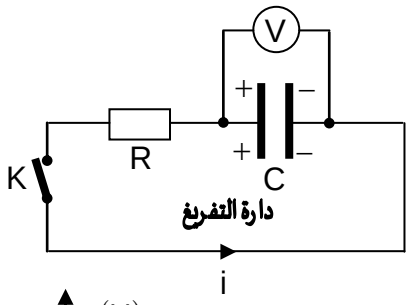
5– الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة:

$E_{(L)} = \frac{1}{2}LI_0^2 = 1,62 \times 10^{-4}\ J$

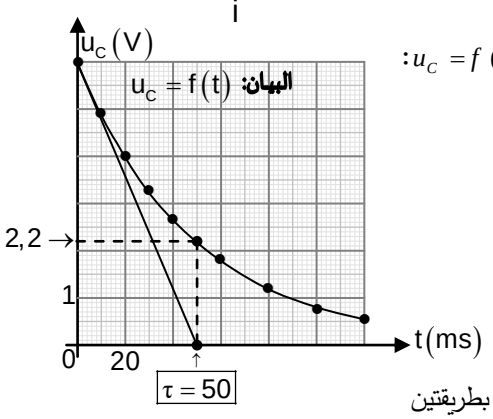
حل التمرين 16: بكالوريا الجزائر 2011 – شعبة ع التجريبية

1– مخطط دارة التفريغ:

2–أ– توصيل الفولطمتر: على التفرع (الشكل)



ب – رسم البيان $u_C = f(t)$:



جـ – ثابت الزمن τ : بطريقتين

طريقة المماس: عند $t = 0$ نجد $\tau = 50\ ms$.

من المنحنى النقطة التي ترتيبها $0,37E$ فاصلتها $\tau = 50\ ms$.

ملاحظة: تقبل القيم ضمن المجال $[48 - 52](ms)$.

د – حساب سعة المكثفة C :

$$C=\frac{\tau}{R}=12,5\ \mu F \quad \Leftarrow \quad \tau=RC$$

3- أ – المعادلة التفاضلية لـ $u_C(t)$:

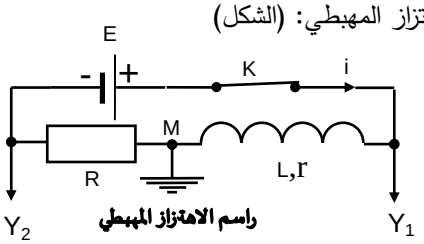
$$\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{RC}u_C(t)=0 \quad \Leftarrow \quad u_C(t)+u_R(t)=0$$

ب – تعيين A و α: $\alpha=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\tau}=20s^{-1}$

لما $t=0$ فإن $u_C(0)=E=A=6V$

حل التمرين 17: بكالوريا الجزائر 2011 – شعبة ع التجريبية

1-أ- طريقة الربط براسم الاهتزاز المهبطي: (الشكل)



- المدخل Y_1: نشاهد $u_b(t)$.
- المدخل Y_2: نشاهد معكوس $u_R(t)$ لذا نضغط على الزر $\boxed{INV}$.

ب- المنحنى (1): يمثل تطور $u_R(t)$ حيث: عند $t=0$، $u_R(0)=0$.

المنحنى (2): يمثل تطور $u_b(t)$ حيث: $u_b(0)\neq 0$.

2- أ – المعادلة التفاضلية لـ $i(t)$: $u_R(t)+u_b(t)=E$

حيث: $u_R(t)=Ri(t)$ و $u_b(t)=L\frac{di(t)}{dt}+ri(t)$

$$\frac{di(t)}{dt}+\frac{R+r}{L}i(t)=\frac{E}{L} \quad \Leftarrow$$

وهي من الشكل: $\frac{di(t)}{dt}+Ai(t)=B$

ب- عبارة كل من A و B:

نجد: $A=\frac{R+r}{L}$ و $B=\frac{E}{L}$

جـ- التحقق من أن $i(t)=\frac{B}{A}\left(1-e^{-At}\right)$ هو حل لـ م. ت:

بالاشتقاق: $\frac{di(t)}{dt}=0+B\cdot e^{-At}$ بالتعويض نجد: $B=B$

د – حساب شدة التيار في النظام الدائم:

$$I_0=0,1\ A \quad \Leftarrow \quad u_R=R.I_0$$

هـ- حساب القيم: E، r، τ و L:

في النظام الدائم: $E=10+2=12V \quad \Leftarrow \quad u_R+u_b=E$

$$r=20\ \Omega \quad \Leftarrow \quad u_b=r.I_0$$

من الرسم: $\tau=10\ ms$ (طريقة المماس)

$$L=\tau(R+r)=1,2\ H \quad \Leftarrow \quad \tau=\frac{L}{R+r}$$

و- حساب الطاقة المخزنة في الوشيعة: $E_{(L)}=\frac{1}{2}.L.I_0^2=6\times10^{-3}\ J$

حل التمرين 18: بكالوريا الجزائر 2012 – شعبة ر+ ت رياضي

أولا: أ- عبارة التوتر u_{AB}: $u_{AB}=\frac{i}{C}\cdot t \quad \Leftarrow \quad q=i\cdot t=C\cdot u_{AB}$

ب- معادلة المنحنى البياني: $u_{AB}=a\cdot t$

حساب C: بمطابقة العلاقتين نجد: $a=\frac{i}{C}$

$$a=\frac{i}{C}=\frac{1-0}{17,5-0}=5,71\times10^{-2}$$

ومنه: $C=\frac{i}{a}=\frac{0,31\times10^{-3}}{5,71\times10^{-2}}=5,4\times10^{-3}\ F=5,4\ mF$

أو: عندما تشحن المكثفة تماماً (من البيان:

$(U_0=1,6V \quad \Leftarrow \quad t=28\ s$

$$C=\frac{i\cdot t}{U_0} \quad \Leftarrow \quad q_{\max}=i\cdot t=C\cdot U_0$$

$C=5,4\times10^{-3}\ F=5,4\ mF \quad \Leftarrow \quad i=C\overset{te}{=}0,31\times10^{-3}\ A$

ثانيا:

أ- المعادلة التفاضلية:

من قانون جمع التوترات: $u_{AB}+u_R=0$

$$\frac{du_{AB}}{dt}+\frac{1}{RC}\cdot u_{AB}=0 \quad \Leftarrow \quad u_{AB}+RC\cdot\frac{du_{AB}}{dt}=0$$

ب- قيمة ثابت الزمن τ للدارة:

معادلة المنحنى البياني: $\ln\frac{U_0}{u_{AB}}=a\cdot t$

لدينا: $u_{AB}=U_0\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه: $\frac{U_0}{u_{AB}}=e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Leftarrow \quad \ln\frac{U_0}{u_{AB}}=\frac{1}{\tau}\cdot t$

بمطابقة العلاقتين نجد: $a=\frac{1}{\tau}$

$$\tau=5,36\ s\approx5,4\ s \quad \Leftarrow \quad a=\frac{1}{\tau}=\frac{2,8-0}{15-0}=0,187\ s^{-1}$$

قيمة سعة المكثفة C: $\tau=R\cdot C=5,4\ s$

$$C=\frac{5,4}{1000}=5,4\times10^{-3}\ F=5,4\ mF$$

حل التمرين 19: بكالوريا الجزائر 2012 – شعبة ر+ ت رياضي

1- راسم الاهتزاز المهبطي ذي ذاكرة هو الجهاز الذي يمكن وضعه بدل $ExAO$.

2- $u_{AB}=ri+L\frac{di}{dt}$.

3- $u_{BC}=Ri$.

4- عندما $i=0\ A$ تكون $u_{BC}=0V$.

أما: $u_{AB}=L\frac{di}{dt}$ ومنه:

المنحنى البياني (1) ⟵ u_{BC}

المنحنى البياني (2) ⟵ u_{AB}

5-

بما أن: $u_{AB}=ri+L\frac{di}{dt}$ و $u_{BC}=Ri$

فإن: $(R+r)i+L\frac{di}{dt}=E$

أي: $R_t\,i+L\frac{di}{dt}=E$

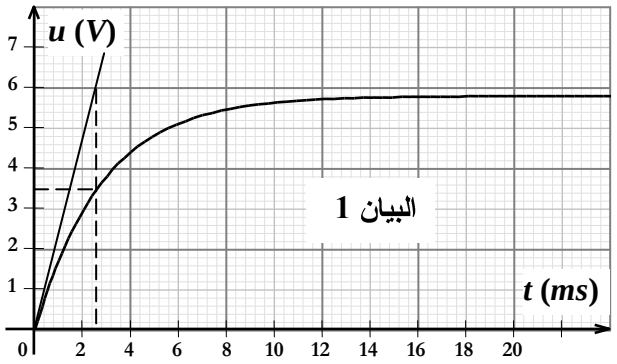
المعادلة التفاضلية: $i+\frac{L}{R_t}\frac{di}{dt}=\frac{E}{R_t}$

المعادلة التفاضلية من الرتبة الأولى حلها أسي: $i=\frac{E}{R_t}\left(1-e^{\frac{t}{r}}\right)$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{6,0}{210} = 28,6\ mA$$ -6

7- من البيان (1):

إما من النسبة % 63 أو من المماس، نجد: $\tau = 2,5\ ms$



$$\tau = \frac{L}{R+r}$$ -8

ومنه: $L = 210 \times 25 \times 10^{-3} = 0.53\ H$

حل التمرين 20: بكالوريا الجزائر 2012 – شعبة ر+ ت رياضي

1- أ- العلاقة التي تربط $u_b(t)$ ، $u_R(t)$ و E :

من قانون جمع التوترات $E = u_R(t) + u_b(t)$.....(1)

ب- عبارة $u_b(t)$ بدلالة $i(t)$:

$$u_b(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t)$$.....(2)

. عبارة $u_b(t)$ بدلالة $u_R(t)$:

$$u_R(t) = R \cdot i(t) \Rightarrow i(t) = \frac{u_R(t)}{R} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{du_R(t)}{dt}$$

بالتعويض في(2) نجد: $u_b(t) = \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R(t)}{dt} + r \cdot \frac{u_R(t)}{R}$

جـ- المعادلة التفاضلية: تصبح العلاقة (1):

$$\frac{du_R(t)}{dt} + \frac{r+R}{L} \cdot u_R(t) = \frac{R}{L} \cdot E$$

2- تعيين الثوابت A، B و m : نشتق $u_R(t)$:

$$\frac{du_R(t)}{dt} = -B \cdot m \cdot e^{-m \cdot t}$$

نعوض $u_R(t)$ و $\frac{du_R(t)}{dt}$ في المعادلة التفاضلية:

$$B \cdot e^{-m \cdot t}\left(\frac{r+R}{L} - m\right) + \frac{r+R}{L} \cdot A = \frac{R}{L} \cdot E$$

حتى تتحقق هذه المساواة يجب أن يكون معامل $e^{-m \cdot t}$ معدوما ومنه:

$$m = \frac{r+R}{L} \quad \text{و} \quad A = \frac{R}{r+R} E$$

من الشروط الابتدائية:

$$A + B = 0 \Rightarrow A = -B \Rightarrow B = -\frac{R}{r+R} E$$

$$u_R(t) = \frac{R}{r+R} \cdot E\left(1 - e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t}\right)$$

3- أ- عبارة I_0 في النظام الدائم:

في النظام الدائم $\Leftarrow$ أي $i(t) = i_{max} = I_0 = C^{te}$ $\Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = 0$

تصبح العلاقة (1) : $I_0 = \frac{E}{R+r}$

ب- الشدة (I_0) بيانيا : $I_0 = 18\ mA$

. مقاومة الوشيعة : $r = \frac{E}{I_0} - R \Leftarrow r \approx 11\ \Omega$

جـ- عبارة ثابت الزمن τ : $\tau = \frac{L}{R+r}$

. التحليل البعدي:

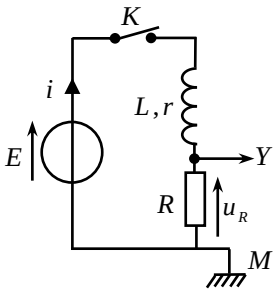
$$[\tau] = \frac{[L]}{[R_T]} = \frac{[U] \times [T] \times [I]}{[I] \times [U]} \Rightarrow [\tau] = [T] = s$$ متجانس مع الزمن

د- قيمة τ بيانيا : من إحدى الطريقتين (طريقة المماس عند $t = 0$ أو طريقة 63%) نجد : $\tau \approx 4\ ms$

. قيمة الذاتية (L): $L = \tau \cdot (R+r) \Leftarrow L = 0,44H$

حل التمرين 21: بكالوريا الجزائر 2012 – شعبة ع التجريبية

1) – أ- توصيل راسم الاهتزازات:



ب- $u_R = R \cdot i \Leftarrow i = \frac{u_R}{R}$

لكن R ثابتة ومنه:

تغيرات i هي نفسها تغيرات u_R.

2) – أ- $u_b + u_R = E$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (R+r)i = E \Leftarrow$$

ومنه: $\frac{di}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)i = \frac{E}{L}$

ب- نعوض الحل في المعادلة:

$$A \cdot e^{-t/\tau}\left(\frac{L}{\tau} - (R+r)\right) + (R+r)A = E$$

$$\frac{L}{\tau} - (R+r) = 0 \quad \text{و} \quad (R+r)A = E \Leftarrow$$

ومنه: $A = \frac{E}{R+r} = I_0$ ويمثل شدة التيار الأعظمي.

$\tau = \frac{L}{R+r}$ ويمثل ثابت الزمن المميز للدارة.

3) – أ-

المنحنى	التجربة	التعليل (على أساس المنحنى)
1	2	لأن: $I_{02} = I_{01}$ و $\tau_2 > \tau_1$
2	3	
3	1	$I_{03} < I_{02} = I_{01}$

ب- $r = \frac{L_1}{\tau_3} - R_1 \Leftarrow \tau_3 = \frac{L_1}{R_1 + r}$

من البيان: $\tau_3 = 0,10\ ms \Leftarrow r = 10\ \Omega$

حل التمرين 22: بكالوريا الجزائر 2013 – شعبة ع التجريبية

1) – أ- المدخل Y_1 يوافق المنحنى (2) لأن $u_R = R \cdot i$.

المدخل Y_2 يوافق المنحنى (1) لأن $E = C^{te}$ الموافق $u_($.

ب- $u_b + u_R = E \Leftarrow \frac{di}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)i = \frac{E}{L}$

2) – أ- $E = 12V$

ب- $I_0 = \frac{u_{R\max}}{R} = 0,1\ A$

جـ- $I_0 = \frac{E}{R+r} \Leftarrow r = 20\ \Omega$

3) – أ- $t = \tau = 10ms \rightarrow 11ms$ توافق $u_R = 0,63u_{R\max}$

$[\tau] = \frac{[U]\cdot[T]\cdot[I]^{-1}}{[U]\cdot[I]^{-1}} = [T] \equiv s \Leftarrow \tau = \frac{L}{R+r}$

متجانس مع الزمن.

ب- $L = \tau(R+r) = 1,2\ H$

4) $E_{(L)} = \frac{1}{2}L\cdot I_0^2 = 6\times10^{-3}\ J$

حل التمرين 23: بكالوريا الجزائر 2013 – شعبة ر+ ت رياضي

1- أ- إيجاد المعادلة التفاضلية: $u_R + u_C = 0$

$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Leftarrow$

$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = 0 \quad \therefore$

ب- العبارة $u_C = Ae^{\alpha t}$ هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة بالتالي:

$\frac{du_C}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{A}{RC}e^{\alpha t} = 0 \Leftarrow Ae^{\alpha t}\left(\alpha + \frac{1}{RC}\right) = 0$ ، $Ae^{\alpha t} \neq 0$

$\alpha + \frac{1}{RC} = 0 \Leftarrow$

$u_C(t) = Ee^{\frac{-t}{RC}} \Leftarrow u_C(0) = A = E$ ، $\alpha = -\frac{1}{RC} \Leftarrow$

2- عبارة الطاقة: $E_C(t) = \frac{1}{2}CE^2e^{\frac{-2t}{RC}}$

3- أ- الطاقة العظمى للمكثفة: من البيان نجد: $E_0 = 140\mu J$

ب- معادلة المماس : $E_C(t) = at + b$ حيث: $a = \frac{dE_C}{dt}(0)$

$a = -\frac{CE^2}{\tau} \Leftarrow \frac{dE_C}{dt}(0) = -\frac{CE^2}{\tau}e^{-2\frac{t}{\tau}} = -\frac{CE^2}{\tau} \Leftarrow t = 0$

$E_C(t) = -\frac{CE^2}{\tau}t + \frac{1}{2}CE^2 \Leftarrow E_C(0) = b = \frac{1}{2}CE^2$

عند نقطة التقاطع مع محور الأزمنة يكون: $-\frac{CE^2}{\tau}t + \frac{1}{2}CE^2 = 0$

ومنه: $\frac{CE^2}{\tau}t = \frac{1}{2}CE^2 \Leftarrow t = \frac{\tau}{2}$

جـ- حساب τ : $\frac{\tau}{2} = 1 \Leftarrow \tau = 2\ ms$

حساب سعة المكثفة: $\tau = RC \Leftarrow C = \frac{\tau}{R} = 2\times10^{-6}\ F = 2\ \mu F$

4- زمن تناقص الطاقة إلى النصف: $E_C(t_{½}) = \frac{E_0}{2}$

$\frac{1}{2}CE^2e^{\frac{-2t_{½}}{\tau}} = \frac{1}{4}CE^2 \Leftarrow$

$e^{\frac{-2t_{½}}{\tau}} = \frac{1}{2} \Leftarrow$ ومنه: $\frac{-2t_{½}}{\tau} = -\ln 2 \Leftarrow t_{½} = \frac{\tau}{2}\ln 2$

قيمته: $t_{½} = \frac{2\times10^{-3}}{2}\times\ln 2 = 0,693\ ms$

حل التمرين 24: بكالوريا الجزائر 2013 – شعبة ر+ ت رياضي

1- المعادلة التفاضلية: $u_R + ri + L\frac{di}{dt} = E$

لكن: $i = \frac{u_R}{R}$ و $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\cdot\frac{du_R}{dt}$

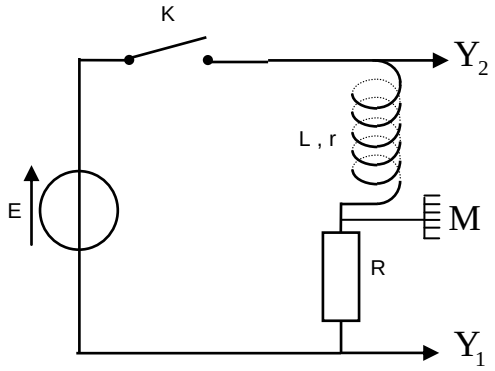
ومنه: $\frac{du_R}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)u_R = \frac{RE}{L}$

2- حلها: لدينا $u_R(t) = \frac{B}{A}\left(1-e^{-\lambda t}\right)$ ومنه: $\frac{du_R}{dt} = Be^{-\lambda t}$

بالتعويض نجد: $Be^{-\lambda t}\left(1-\frac{R+r}{AL}\right) + \frac{B}{A}\left(\frac{R+r}{L}\right) - \frac{RE}{L} = 0$

$\Leftarrow$ $A = \frac{R+r}{L}$ و $B = \frac{RE}{L}$

3- أ-



ب- المنحنى (1) يمثل u_R لأن لما: $t = 0$ فإن: $u_R = 0$.

المنحنى (2) يمثل u_b لأن لما: $t = 0$ فإن: $u_b = E$.

جـ- قيمة E : من البيان (2) : $E = 10V$.

من البيان (2): $u_b(t \to \infty) = \frac{rE}{R+r} = 1V$

$r = \frac{R}{E-1} = 10\ \Omega \Leftarrow$

4- أ- إثبات العلاقة $\tau = \frac{t_C}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$:

عند النقطة C يكون: $u_b = u_R$

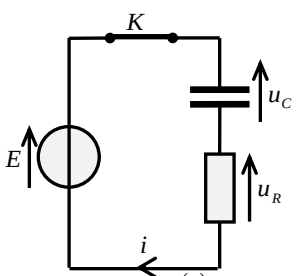
$\frac{E}{R+r}\left(r + \mathrm{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{ER}{R+r}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

ومنه: $\tau = \frac{t_C}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)} \Leftarrow \tau = 10\ ms$

ب- ذاتية الوشيعة: $\tau = \frac{L}{R+r} \Leftarrow L = \tau(R+r) = 1,0\ H$

حل التمرين 25: بكالوريا الجزائر 2013 – شعبة ع التجريبية

1- رسم الدارة الكهربائية:



2- المعادلة التفاضلية: $u_C + u_R = E$

ومنه: $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}\cdot q = \frac{E}{R}$

3- عبارات الثوابت:

$q(t) = A\cdot e^{\alpha t} + B$

ولدينا: $q(0) = A + B = 0$ ومنه: $A = -B$ ..... (1)

بتعويض الحل في المعادلة التفاضلية نجد:

$$A\cdot e^{\alpha t}\left(\frac{1}{RC}+\alpha\right)+\frac{B}{RC}=\frac{E}{R}$$

و منه: $B=CE$ و منه: $A=-CE$ و $\alpha=-\frac{1}{RC}$

4- أ- قيمة τ:

$$q(\tau)=0,63q_{\max}=0,63\times4,8\times10^{-4}=3,0\times10^{-4}\ C$$

$$\tau=39\ ms$$

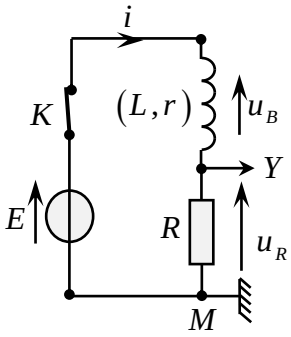
$$C=\frac{\tau}{R}=39\times10^{-6}\ F=39\ \mu F$$

ب- قيمة E: $q_{\max}=CE$ و منه: $E=12V$

جـ- $E_C(200ms)=\frac{q^2}{2C}=2,9\times10^{-3}\ J$

حل التمرين 26: بكالوريا الجزائر 2013 – شعبة ع التجريبية

1- الرسم:



2- المعادلة التفاضلية: $u_R+u_B=E$

ومنه:

$$\frac{L}{R}\cdot\frac{du_R}{dt}+\left(1+\frac{r}{R}\right)u_R=E$$

أي: $\frac{du_R}{dt}+\frac{(R+r)}{L}\cdot u_R=\frac{R}{L}\cdot E$

3- $u_R=A\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

ومنه: $\tau=\frac{L}{R+r}$ و $A=\frac{RE}{R+r}$

4- التحليل البعدي: $[\tau]=\frac{[U]\cdot[T]}{[I]}\cdot\frac{[I]}{[U]}=[T]=s$

قيمته: $u_R(\tau)=0,63\cdot(u_R)_{\max}=2V$ بالتالي: $\tau=1,2\ ms$

5- قيمة L: $L=\tau(R+r)=18\times10^{-3}\ H$

و $E=\frac{(u_R)_{\max}\cdot(R+r)}{R}=4,8V$

حل التمرين 27: بكالوريا الجزائر 2014 – شعبة ر + ت رياضي

I/ 1- المعادلة التفاضلية:

بتطبيق قانون جمع التوترات فإن: $u_R+u_C=0$

$$u_C=\frac{q}{C}\ /\ u_R=Ri\ ;\ i=\frac{dq}{dt}\Rightarrow u_R=R\frac{dq}{dt}$$

إذن: $\frac{q}{C}+R\frac{dq}{dt}=0\Rightarrow\frac{dq}{dt}+\frac{q}{RC}=0\Rightarrow\frac{dq}{dt}=-\frac{1}{RC}q$

بالمطابقة مع المعادلة المعطاة نجد أن: $\alpha=\frac{1}{RC}$ والمعادلة محققة.

2- العبارة الحرفية لـ Q_0 (كمية الشحنة الأعظمية)

$$Q_0=C(u_C)_{\max}=CE$$

$$Q_0=470\times10^{-9}\times6=2,82\times10^{-6}C$$

3- العبارة الحرفية لشدة التيار الكهربائي:

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=\frac{d}{dt}\left(Q_0e^{-\alpha t}\right)=-\alpha Q_0e^{-\alpha t}$$

$$i(t)=-\frac{CE}{RC}e^{-\alpha t}=-I_0e^{-\frac{t}{RC}}$$

II/ 1- أ- قيمة اللحظ t_1:

نحسب أولا قيمة u_C عند هذه اللحظة: $u_C=6\times\frac{36,8}{100}=2,2V$

من أجل هذه القيمة نجد من البيان: $t_1=0,2\times4=0,8s$

ب- قيمة ثابت الزمن τ:

من البيان ومن أجل: $u_C=0,37E=0,37\times6=2,22V$

$$\tau=0,8s$$

جـ- استنتاج قيمة R:

$$\tau=RC\Rightarrow R=\frac{\tau}{C}=\frac{0,8}{470\times10^{-9}}=1,7\times10^{6}\Omega$$

2- حساب عدد التقلصات القلبية في الدقيقة: $N=\frac{t}{t_1}=\frac{60}{0,8}=75$

3- حساب الطاقة المحررة من المكثفة: $E_{lib}=E_0-E_r$

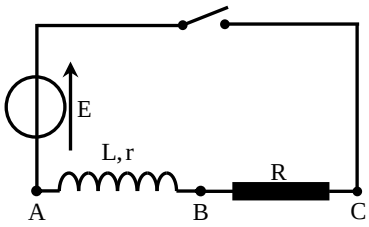
E_{lib} (الطاقة المحررة) ؛ E_0 (الطاقة الابتدائية) ؛ E_r (الطاقة المتبقية)

$$E_{lib}=\frac{1}{2}CE^2-\frac{1}{2}Cu_C^2=\frac{1}{2}C(E^2-u_C^2)$$

$$E_{lib}=\frac{1}{2}\times470\times10^{-9}\times(6^2-2,2^2)=7,32\times10^{-6}J$$

حل التمرين 28: بكالوريا الجزائر 2014 – شعبة ر + ت رياضي

1- عبارة التوتر الكهربائي $u_{BA}(t)$ بدلالة $i(t)$:



$$u_{BA}(t)=L\cdot\frac{di(t)}{dt}+r\cdot i(t)$$

2- عبارة $u_{CB}(t)$ بدلالة $i(t)$:

$$u_{CB}(t)=u_R(t)=R\cdot i(t)$$

3- ارفاق كل منحنى بالتوتر الكهربائي الموافق u_{BA} و u_{CB} مع التعليل:

عند $t=0$ تكون شدة التيار الكهربائي معدومة $(i(0)=0)$ وبالتالي فإن: $u_{CB}(0)=u_R(0)=R\times0=0$ و هذا يتوافق مع البيان رقم-2، الذي يمثل التوتر الكهربائي $u_{CB}(t)$.

وبالتالي البيان رقم-1 يمثل التوتر الكهربائي $u_{BA}(t)$.

4- عبارة شدة التيار الكهربائي (I_0) المار في الدارة في النظام الدائم وحساب قيمتها والتأكد منها بيانيا:

بتطبيق قانون جمع التوترات نكتب:

$$u_{CA}(t)=u_{CB}(t)+u_{BA}(t)=R\cdot i(t)+L\cdot\frac{di(t)}{dt}+r\cdot i(t)$$

في النظام الدائم يكون: $i(t=\infty)=I_0$ و $\frac{di(t=\infty)}{dt}=0$

ومنه: $E=R\cdot I_0+L\times0+r\cdot I_0$ إذن: $I_0=\frac{E}{R+r}$

ت. ع: $I_0=\frac{6,0}{180+20}=0,03A$

من المنحنى البياني $u_{CB}(t)$، نقرأ التوتر بين طرفي الناقل الأومي في النظام الدائم: $u_{CB}(t=\infty)=5,4V$

فيكون: $I_0=\frac{u_{CB}(t=\infty)}{R}=\frac{5,4}{180}=0,03A$

نلاحظ أن القيمتين متساويتين.

5- قيمة ثابت الزمن τ واستنتاج قيمة ذاتية الوشيعة:

– تحديد ثابت الزمن: لكي نجد قيمة ثابت الزمن، لدينا:

$u_{CB}(\tau) = 0,63\times(u_{CB})_{\max} = 0,63\times 5,4 = 3,4V$

بإسقاط هذه القيمة في البيان–2، على محور الأزمنة نجد: $\tau = 2ms$

– استنتاج قيمة ذاتية الوشيعة:

يعطى ثابت الزمن بالعلاقة: $\tau = \dfrac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r)$

بالتالي: $L = 2\times10^{-3}(180+20) = 400\times10^{-3}H = 0,4H$

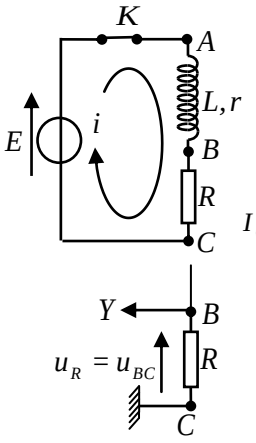
حل التمرين 29: بكالوريا الجزائر 2014 – شعبة ع التجريبية

1) أ– عند غلق القاطعة K:

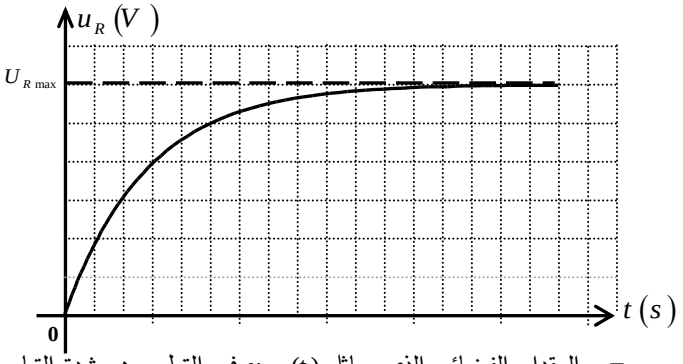
يمر التيار في فرع الدارة الذي لا يحتوي على الصمام، لأن هذا الأخير مستقطب عكسيا.

ب– في النظام الدائم: $I_0 = C \overset{ste}{=} \dfrac{E}{R+r}$

2) أ– ربط الجهاز كما في الشكل.



– المنحنى $u_{BC} = f(t)$ المشاهد:



– المقدار الفيزيائي الذي يماثل $u_{BC}(t)$ في التطور هو شدة التيار المار في الدارة: $u_{BC} = Ri \Rightarrow i = \dfrac{u_{BC}}{R}$

ب– بتطبيق قانون تجميع التوترات في الدارة:

$u_{AB} + u_{BC} = E$

ومنه: $L\dfrac{di}{dt} + ri + Ri = E$

ومنه: $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R+r}{L}\cdot i = \dfrac{E}{L}$ أو $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{\tau} - \dfrac{I_0}{\tau} = 0$

جـ– لدينا: $i(t) = 0,2\times e^{-50t}$

ومنه: $I_0 = \dfrac{E}{R+r} = 0,2A$ بالتالي: $E = I_0(R+r) = 12V$

كذلك: $\dfrac{1}{\tau} = 50s^{-1}$ بالتالي: $\tau = 0,02s = 20ms$

حيث أن: $\tau = \dfrac{L}{R+r} = 0,02s$ فإن: $L = \tau(R+r) = 1,2H$

د– عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة:

$E_{(L)}(t) = \dfrac{1}{2}Li^2(t)$ ، $E_{(L)}(t) = 24\times10^{-3}(1-e^{-50t})^2$

قيمتها في اللحظة $t = \tau = 0,02s$:

$E_{(L)}(\tau) = 9,5\times10^{-3}\ J$

حل التمرين 30: بكالوريا الجزائر 2015 – شعبة ع التجريبية

1)

– على المدخل Y_1 نشاهد: $u_{R_1}(t)$ التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1.

– على المدخل Y_2 نشاهد: $u_C(t)$ التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة.

2) أ– المنحنى المعطى بالمدخل Y_1 هو المنحنى (a) الممثل لـ $u_{R_1}(t)$: خلال الشحن يزداد $u_C(t)$ و يتناقص $u_{R_1}(t)$ ويبقى المجموع E ثابتا.

– المعادلة التفاضلية: حسب قانون جمع التوترات:

$E = u_{R_1}(t) + u_C(t)$

ومنه: $\dfrac{du_{R_1}}{dt} + \dfrac{1}{R_1C}\cdot u_{R_1} = 0$

ب– ثابت الزمن τ_1: $u_{R_1}(\tau_1) = 0,37E = 2,2V$

بالإسقاط: $\tau_1 = 0,08s$

3) قيمة E: $E = u_{R_1}(0) = 6V$

قيمة C: من $C = \dfrac{\tau_1}{R_1}$ نجد: $C = \dfrac{0,08}{1\times10^3} = 80\mu F$

4) حساب شدة التيار i: من قانون جمع التوترات:

$i(t) = \dfrac{E - u_C}{R_1}$

عند اللحظة $t = 0$: $i(0) = \dfrac{6-0}{10^3} = 6\times10^{-3}A$

عند $t \geq 0,6s$: $i(\infty) = \dfrac{6-6}{10^3} = 0$

5) أ– ثابت الزمن τ_2: $\tau_2 = R_2C = 2000\times80\times10^{-6} = 0,16s$

النتيجة: $\tau_2 = 2\tau_1$ التفريغ أبطأ من الشحن.

ب–

خلال التفريغ تكون الطاقة المحولة: $E_{lib} = E_0 - E_C$

$E_{lib} = \dfrac{1}{2}(E^2 - U_C^2(t)) = 12,4\times10^{-3}J$

حل التمرين 31: بكالوريا الجزائر 2015 – شعبة ر+ ت رياضي

1– إيجاد المعادلة التفاضلية: بتطبيق قانون جمع التوترات نجد:

$L\dfrac{di}{dt} + (R+r)i = E \Leftarrow u_R + u_b = E$

$\Leftarrow \dfrac{di}{dt} + \dfrac{(R+r)}{L}i = \dfrac{E}{L} \cdots\cdots(1)$

وهي من الشكل: $\dfrac{di}{dt} + \alpha i = \beta \cdots\cdots(2)$

بالمطابقة نجد: $\alpha = \dfrac{(R+r)}{L}$ و $\beta = \dfrac{E}{L}$

2– التحقق من الحل:

$i(t) = \dfrac{\beta}{\alpha}\left(1-e^{-\alpha t}\right) \leftarrow \dfrac{di}{dt} = \beta e^{-\alpha t}$

$$\beta = \beta \Leftarrow \beta e^{-\alpha t} + \not{\alpha}\frac{\beta}{\not{\alpha}} - \not{\alpha}\frac{\beta}{\not{\alpha}}e^{-\alpha t} = \beta \leftarrow$$

ومنه العبارة السابقة حلا للمعادلة التفاضلية.

3- عبارة $u_b(t)$:

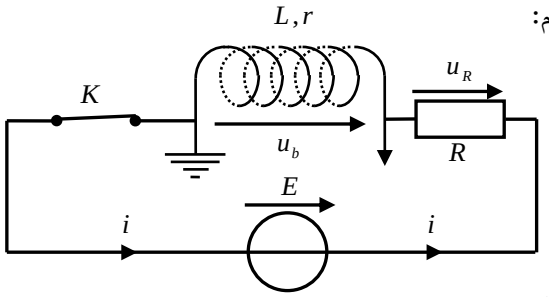
$$u_b(t) = L\frac{di}{dt} + ri = L\frac{E}{L}e^{-\frac{R+r}{L}t} + r\frac{E}{R+r} - r\frac{E}{R+r}e^{-\frac{R+r}{L}t}$$
$$= Ee^{-\frac{R+r}{L}t}\left(1-\frac{r}{R+r}\right) + \frac{rE}{R+r}$$
$$= \frac{R+r-r}{R+r}Ee^{-\frac{R+r}{L}t} + \frac{rE}{R+r} = \frac{E}{R+r}\left(r + Re^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$$

$$u_b(t) = E - u_R = E - RI\left(1-e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$$

أو بالطريقة: $= (R+r)I - RI + RIe^{-\frac{R+r}{L}t} = rI + RIe^{-\frac{R+r}{L}t}$

$$= \frac{E}{R+r}\left(r + Re^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$$

4- أ- الرسم:



ب- من البيان نجد:

- القوة المحركة الكهربائية للمولد: $E = 6V$

- مقاومة الوشيعة: $r = \frac{1,5R}{E-1,5} = \frac{1,5\times 15}{6-1,5} = 5\Omega \Leftarrow \frac{E}{R+r} = 1,5$

- ثابت الزمن: $\tau = 25ms$

- الذاتية: $L = \tau(R+r) = 0,025\times 20 = 0,5H$

5- أ- عبارة الطاقة اللحظية:

$$E_{(L)} = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R+r}\right)^2\left(1-e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)^2$$

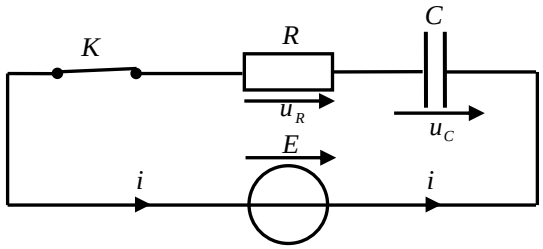
(نقبل الجواب: $E_L = Li^2/2$)

ب- قيمة الطاقة في النظام الدائم:

$$E_{(L)} = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R+r}\right)^2$$
$$= \frac{1}{2}\times 0,5\left(\frac{6}{15+5}\right)^2 = 2,25\times 10^{-2}J$$

حل التمرين 32: بكالوريا الجزائر 2015 – شعبة ر + ت رياضي

1 – رسم الدارة:



2 – بتطبيق قانون جمع التوترات نجد:

$$u_C + u_R = E \Rightarrow RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

ومنه: $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$

3 – البرهان: $u_C(t) = A(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{A}{\tau}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية: $\frac{A}{\tau}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{RC} - \frac{A}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{RC}$

$$\Rightarrow A\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{\tau}-\frac{1}{RC}\right) + \frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0$$

حيث: $A\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{\tau}-\frac{1}{RC}\right) = 0$ مع: $A\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0$

ومنه: $\frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0 \Rightarrow \frac{A}{RC} = \frac{E}{RC} \Rightarrow A = E$

$$\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow \tau = RC$$

ومنه: $u_C(t) = E(1-e^{-\frac{t}{RC}})$ هي حل للمعادلة التفاضلية.

4 – إثبات العلاقة:

$$u_C = E - Ee^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow E - u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln(E-u_C) = -\frac{t}{\tau} + \ln E$$

5 – بيانيا:

أ- قيمة E: العبارة البيانية $\ln(E-u_C) = at + b$

حيث: $a = \frac{0-1,5}{(1,5-0)\times 10^{-3}} = -1000$ ؛ $b = 1,5$

$$\ln(E-u_C) = -1000t + 1,5 \Leftarrow$$

وبالمطابقة نجد: $\ln E = 1,5 \Rightarrow E = 4,5V$

ب- قيمة كل من τ و C: $\tau = \frac{1}{1000} \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{0,001}{100} = 10,0\mu F$

6 – أ- العبارة اللحظية للطاقة:

$$E_C(t) = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}CE^2(1-e^{-\frac{t}{RC}})^2$$

ب- حساب النسبة:

$$\frac{E_C(\tau)}{E_C(\infty)} = \frac{\frac{1}{2}CE^2(1-e^{-1})^2}{\frac{1}{2}CE^2} = (1-e^{-1})^2 \simeq 0,4$$

7- حساب قيمة C': $\tau' = \frac{\tau}{4} \Rightarrow C_{éq}\times R = \frac{RC}{4} \Rightarrow C_{éq} = \frac{C}{4}$

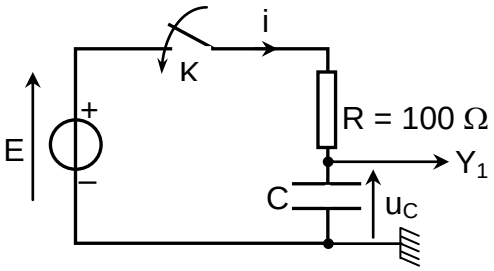
و منه المكثفة تربط على التسلسل مع المكثفة السابقة.

$$\frac{1}{C_{éq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'} \Rightarrow \frac{1}{C'} = \frac{1}{C_{éq}} - \frac{1}{C}$$
$$= \frac{4}{C} - \frac{1}{C} = \frac{3}{C} \Rightarrow C' = \frac{C}{3} = \frac{10}{3} = 3,33\mu F$$

حل التمرين 33: بكالوريا الجزائر 2015 – شعبة ع التجريبية

1- 1- من البيان $u_C = f(t)$، فإن مدة الظاهرة قصيرة جدا، فالجهاز المناسب لمتابعتها عمليا هو «راسم اهتزازات ذو ذاكرة».

2- طريقة توصيل راسم الاهتزازات:



3- بتطبيق قانون جمع التوترات في الدارة RC، نجد:

$E = u_C + u_R$ مع: $u_R = Ri$ و $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$

ومنه: $E = u_C + RC\frac{du_C}{dt}$ أو $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$

4- التحقق: $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ بالتالي: $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}}$

وبالتعويض في م. ت السابقة نجد: $\frac{E}{\tau}\cancel{\times e^{-\frac{t}{\tau}}} + \frac{E}{\tau}\left(1 - \cancel{e^{-\frac{t}{\tau}}}\right) = \frac{E}{\tau}$

ومنه: $\frac{E}{\tau} = \frac{E}{\tau}$

5- البرهان: $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ومنه:

$u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-\tau/\tau}\right) = E(1 - 0{,}37) = 0{,}63E$

- بيانيا: $E = 2V$

- بإسقاط القيمة 0,63E =1,26 V على البيان نجد: $\tau = \in [6,7]\ ms$

6- قيمة السعة: $C = \frac{\tau}{R} = \frac{6\times10^{-3}}{100} = 60\ \mu F \quad \Leftarrow \quad \tau = RC$

حل التمرين 34: بكالوريا الجزائر 2015 – شعبة ع التجريبية

1- الشكل-3: تفريغ الشكل-4: شحن

الجهاز M المستعمل: راسم الاهتزاز ذي ذاكرة أو جهاز الـ $ExAO$.

2 – المعادلة التفاضلية خلال التفريغ: $u_{AB}(t) + u_{R'} = 0$ حيث:

$u_{R'} = R' \cdot i = R' \cdot \frac{dq}{dt} = R' \cdot C\frac{du_{AB}(t)}{dt}$

ومنه: $\frac{du_{AB}(t)}{dt} + \frac{1}{R' \cdot C}u_{AB}(t) = 0$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى بالنسبة لـ $u_{AB}(t)$.

3- التحقق من الحل:

$u_{AB}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{R'C}} \quad \Leftarrow \quad \frac{du_{AB}(t)}{dt} = -\frac{A}{R'C} \cdot e^{-\frac{t}{R'C}}$

بالتعويض نجد: $-\frac{A}{R'C} \cdot e^{-\frac{t}{R'C}} + \frac{1}{R' \cdot C}A \cdot e^{-\frac{t}{R'C}} = 0$ (المعادلة محققة).

- لما $t = 0$ تكون $u_{AB}(0) = A \cdot e^{-\frac{0}{R'C}} = A = E \quad \Leftarrow \quad A = E$

4- عبارة شدة التيار:

$i(t) = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_{AB}(t)}{dt} = -C \cdot \frac{E}{R'C} \cdot e^{-\frac{t}{R'C}} = -\frac{E}{R'} \cdot e^{-\frac{t}{R'C}}$

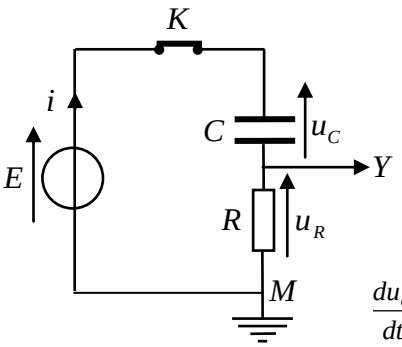
ملاحظة: يمكن استنتاج $i(t)$ من قانون جمع التوترات.

5- من الشكل-4 : من أجل $u_{AB} = 0{,}63.E = 7{,}5\ V$

وبالإسقاط نجد: $\tau = 0{,}2\ s$

حل التمرين 35: بكالوريا الجزائر 2016 – شعبة ر+ ت رياضي

التمرين التجريبي: (3 ن)



1. رسم الدارة الكهربائية:

2. المعادلة التفاضلية:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $E = u_C + u_R$

باشتقاق المعادلة السابقة وعلما أن: $\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{RC} \cdot u_R(t)$

نتحصل على: $\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot u_R(t) = 0$

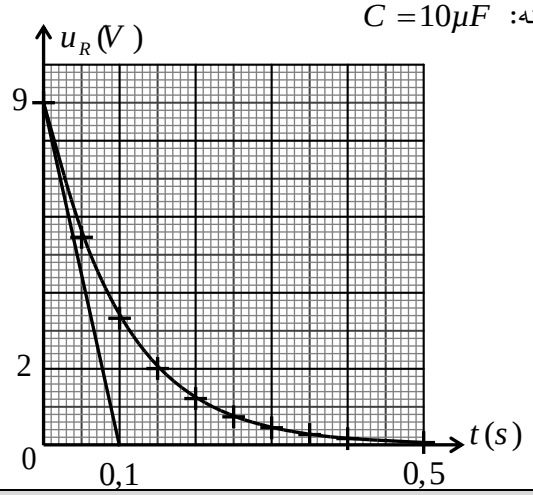
3. عبارتا A و τ : بتعويض الحل في المعادلة التفاضلية واستخدام الشروط الابتدائية نجد:

$A = E$ و $\tau = RC$

4. رسم المنحنى البياني ثم ايجاد بيانيا: $E = 9V$ و $\tau = 0{,}10s$.

5. قيمة C:

$C = \frac{\tau}{R}$ ومنه: $C = 10\mu F$



حل التمرين 36: بكالوريا الجزائر 2016 – شعبة ر+ ت رياضي

1. أ- التفسير المجهري لما يحدث في المكثفة:

عند غلق القاطعة، يفرض المولد بين لبوسي المكثفة المتقابلين فرقا في الكمون الكهربائي، الشيء الذي يدفع بالإلكترونات الحرة للبوس ذو الكمون المرتفع (الموجب) بالتحرك نحو اللبوس الآخر عبر الدارة (يلعب المولد دور مضخة للإلكترونات) فتنشأ شحنة كهربائية موجبة على هذا اللبوس و في نفس الوقت شحنة كهربائية سالبة على اللبوس المقابل. تتزايد هذه الشحنة بفعل التكهرب عن بعد بين اللبوسين (تكثيف الشحن الكهربائية) و خاصة بوجود عازل كهربائي، فيتزايد تدريجيا التوتر بين اللبوسين و تتوقف حركة الإلكترونات عندما يبلغ هذا التوتر بينهما قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد.

ب- المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$:

$u_{R_1} + u_{R_2} + u_C = E \quad \Rightarrow \quad (R_1 + R_2)i + u_C = E$

بأخذ المشتق بالنسبة للزمن:

$(R_1 + R_2)\frac{di}{dt} + \frac{du_C}{dt} = 0 \quad ; \quad \frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C} \quad \Rightarrow \quad (R_1 + R_2)\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$

ومنه: $\frac{di}{dt}+\frac{1}{(R_1+R_2)C}i=0$

جـ- بتعويض الحل في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط الابتدائية نتحصل على:

$\alpha=\frac{E}{R_1+R_2}$ و $\beta=\frac{1}{(R_1+R_2)C}$

2. ثابت الزمن: من البيان نجد: $\tau=0,5s$ و نستنتج:

$C=\frac{\tau}{(R_1+R_2)}=100\mu F$ و $E=(R_1+R_2)I_0=10V$

3. العبارة اللحظية للطاقة:

$E_{(C)}=\frac{1}{2}C\cdot u_C^2(t) \Rightarrow E_{(C)}=\frac{1}{2}C\cdot E^2\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$

الطاقة الأعظمية: $(u_C)_{\max}=E \Rightarrow (E_{(C)})_{\max}=\frac{1}{2}C\cdot E^2$

ومنه: $(E_{(C)})_{\max}=5\times10^{-3}J$

حل التمرين 37: بكالوريا الجزائر 2016– شعبة ع التجريبية (د ع)

1. ارفاق كل منحنى بالمدخل الموافق له:

– يعطي المدخل Y_1 تطور التوتر الكهربائي $u_1=u_{R_2}=R_2\cdot i$ بين طرفي الناقل R_2 ويمثله المنحنى (b).

– يعطي المدخل Y_2 تطور التوتر الكهربائي $u_2=E-u_1=E-R_2\cdot i$ بين طرفي ثنائي القطب (R_2C) ويمثله المنحنى (a).

2. المعادلة التفاضلية التي تحققها الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي في الدارة:

حسب قانون تجميع التوترات: $u_1+u_2=E \leftarrow u_{R_T}+u_C=E$

ومنه:

$\frac{du_{R_T}}{dt}+\frac{du_C}{dt}=0 \leftarrow \frac{d}{dt}(R_T\cdot i)+\frac{d}{dt}\left(\frac{q}{C}\right)=0 \leftarrow (R_1+R_2)\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\cdot i=0$

إذن: $\frac{di}{dt}+\frac{1}{(R_1+R_2)C}\cdot i=0$

3. عبارة الشدة I_0 للتيار الأعظمي المار بالدارة:

عند اللحظة $t=0$ يكون: $u_C=0$ و $E=u_{R_T}=(R_1+R_2)\cdot I_0$

بالتالي: $I_0=\frac{E}{R_1+R_2}$

4. استنتاج عبارة التوتر بين طرفي الناقل الأومي R_2 بدلالة E، R_1 و R_2 عند اللحظة $t=0$: عند اللحظة $t=0$ يكون:

$u_1=R_2\cdot\frac{E}{R_1+R_2} \leftarrow u_1=u_{R_2}=R_2\cdot I_0$

5. قيمة كل من E، I_0، R_2 و C بالاعتماد على أحد البيانين:

من البيان (a) مثلاً، نقرأ: $E=6,3V$.

ومن البيان (b) نجد: $I_0=\frac{E-u_1(0)}{R_1}=\frac{6,3-2,3}{10^3}=4\times10^{-3}A$

بالتالي: $R_2=\frac{u_2(0)}{I_0}=\frac{2,3}{4\times10^{-3}}=575\Omega$

ومن البيانين: $u_1(\tau)=0,37\times2,3=0,85V$

أو $u_2(\tau)=0,63\times2,3=1,45V$ بالتالي: $\tau=7,5s$

ومنه نجد: $C=\tau/(R_1+R_2)\approx4,8\times10^{-3}F$

حل التمرين 38: بكالوريا الجزائر 2016– شعبة ع التجريبية (د ع)

1. إشارة شدة التيار الكهربائي المبين في الدارة سالبة $(i<0)$ لأن جهته عكس الجهة الاصطلاحية.

2. التحقق من شكل المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_C+u_R=0$

ومنه: $u_C+\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{du_C}{dt}=0 \leftarrow u_C+RC\cdot\frac{du_C}{dt}=0$

3. بتعويض الحل في المعادلة التفاضلية واستعمال الشروط الابتدائية:

$A\cdot e^{-\alpha t}(1-RC\alpha)=0 \rightarrow \alpha=\frac{1}{RC}$،

$u_C(0)=A\cdot e^0=E \rightarrow A=E$

تقبل الإجابة بالمطابقة مع المعادلة المعطاة في نص التمرين في تحديد α

4. أ- استنتاج عبارة الدالة $\ln u_C=f(t)$:

من المنحنى البياني الممثل لتغيرات $\ln u_C$ بدلالة الزمن t:

$\ln u_C=-50t+1,8 \leftarrow \ln u_C=-a\cdot t+b$

ب- استنتاج قيم كل من α، C و E:

بالمطابقة بين $\ln u_C=-\alpha\cdot t+\ln E$ و $\ln u_C=-50t+1,8$، نجد:

$E=6V$ و $\alpha=-50s^{-1}$

$\alpha=\frac{1}{RC} \rightarrow C=\frac{1}{R\alpha}=2\mu F$

5. حساب الطاقة المحولة إلى الناقل الأومي عند اللحظة $t=2,5\tau$:

$E=E_{(C)}(0)-E_{(C)}(2,5\tau)=\frac{1}{2}CE^2-\frac{1}{2}CE^2e^{-5}$

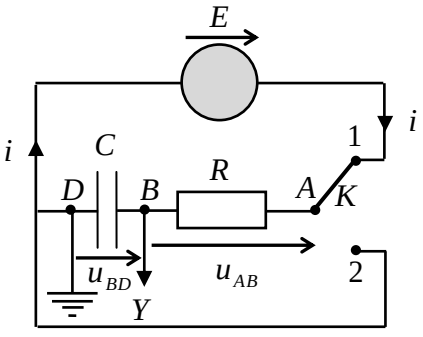
$=\frac{1}{2}CE^2(1-e^{-5})\approx\frac{1}{2}CE^2$

نستنتج أن الطاقة المخزنة في المكثفة حولت تقريبا كليا.

حل التمرين 39: بكالوريا الجزائر 2016– شعبة ع التجريبية (د ج)

I- البادلة في الوضع (1):

1. جهة التيار الكهربائي وتمثيل التوترين u_{AB} و u_{BD}:



2. المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{BD}(t)=u_C(t)$:

قانون جمع التوترات: $u_{AD}=u_{AB}+u_{BD}$

ومنه: $E=u_R+u_C$

لكن: $u_R=R\cdot i=RC\cdot\frac{du_C}{dt}$ و $i=\frac{dq}{dt}=C\cdot\frac{du_C}{dt}$

بالتالي: $E=u_C+RC\cdot\frac{du_C}{dt}$ أو $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}\cdot u_C=\frac{E}{RC}$

أو: $\frac{du_{BD}}{dt}+\frac{1}{RC}\cdot u_{BD}=\frac{E}{RC}$

3. عبارة كل من الثابتين A و b:

بتعويض الحل $u_{BD}(t)=E+Ae^{-bt}$ في عبارة المعادلة التفاضلية

والمطابقة نجد: $A=-E$ و $b=\frac{1}{RC}$

4. عبارة ثابت الزمن τ: $\tau=RC$

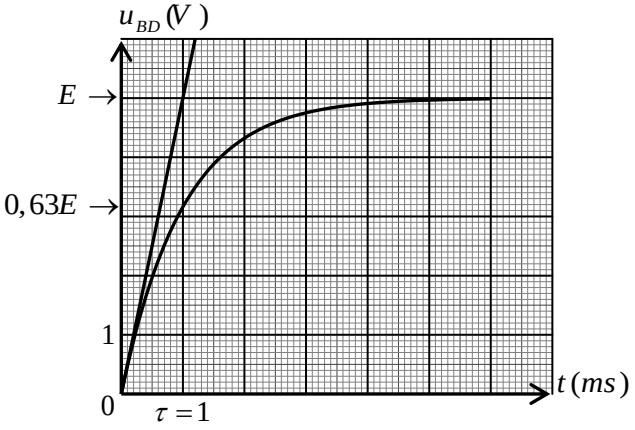
يمثل τ عمليا: الزمن اللازم لبلوغ التوتر بين طرفي المكثفة 63% من قيمته العظمى أثناء الشحن.

قيمته: $R=10k\Omega=10^4\Omega$ و $C=100nF=10^{-7}F$ بالتالي:

$\tau=10^{-3}s$

5. ربط راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة (أنظر مخطط الدارة السابق).

التمثيل البياني الكيفي لتطور $u_{BD}(t)=u_C(t)$:



II– البادلة في الوضع (2):

1. تستهلك الطاقة على شكل حرارة في الناقل الأومي بفعل جول.

قيمتها في بداية التفريغ: $E_{(C)}=\frac{1}{2}CE^2$

ومنه: $E_{(C)}=1,25\times10^{-6}J$

2. أ– كيفية الربط مع التبرير: لدينا: $E'_{(C)}=\frac{1}{2}C_{éq}E^2$

ومنه: $C_{éq}=\frac{2E'_{(C)}}{E^2}=0,3\times10^{-6}F=300nF$

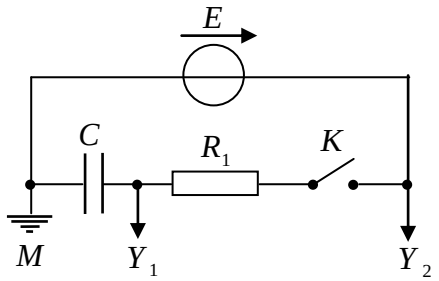
نلاحظ أن: $C_{éq}>C$

نستنتج أن الربط تم على التفرع، أي: $C_{éq}=C+C'$

ب– قيمة C': $C'=C_{éq}-C \rightarrow C'=200nF$

حل التمرين 40: بكالوريا الجزائر 2016– شعبة ع التجريبية (دورة ج)

1. رسم الدارة:



2. أ– المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة:

حسب قانون التوترات: $u_C+u_{R_1}=E$

حيث: $u_{R_1}=R_1\cdot i$، $i=\frac{dq}{dt}$ و $q=C\cdot u_C$

ومنه نجد: $R_1C\cdot\frac{du_C}{dt}+u_C=E$

ونخلص إلى: $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{R_1C}\cdot u_C=\frac{E}{R_1C}$

ب– إيجاد عبارتي A و B وحساب قيمتيهما بيانيا:

$u_C(t)=A(1-e^{-Bt})$ هو حل للمعادلة التفاضلية:

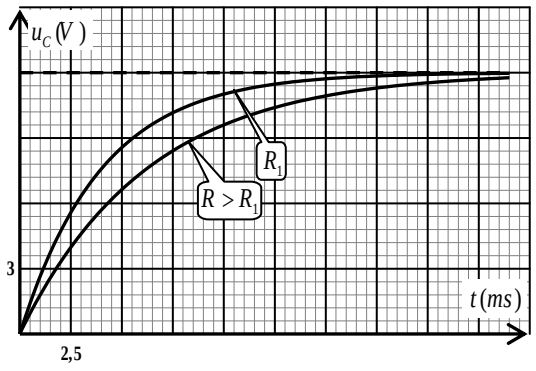
$\frac{du_C}{dt}=ABe^{-Bt}$ بالتعويض نجد:

$$ABe^{-Bt}+\frac{A}{R_1C}-\frac{A}{R_1C}e^{-Bt}=\frac{E}{R_1C}$$

بالمطابقة نجد: $A=E$ ؛ $B=\frac{1}{R_1C}$

بالمطابقة مع البيان نجد: $A=12V$ و $B=\frac{1}{0,004}=250s^{-1}$

جـ– التمثيل الكيفي لـ $u_C=f(t)$ من أجل $R>R_1$:



3. أ– استنتاج C سعة المكثفة و R_1 مقاومة الناقل الأومي:

لدينا: $\tau=RC$ مما يعني أن C تمثل ميل منحنى الشكل–65:

$$C=\frac{(3,2-1,6)\times10^{-3}}{(1-0,5)\times10^3}=3,2\times10^{-6}F$$

من منحنى الشكل–64 لدينا: $\tau=R_1C$

ومنه: $R_1=\frac{\tau}{C}=\frac{0,004}{3,2\times10^{-6}}=1250\Omega$

ب– كيفية ربط المكثفتين: بما أن السعة المكافئة C أكبر من سعة المكثفة الأولى C_1، فإن الربط على التفرع (التوازي) حيث: $C=C_1+C_2$

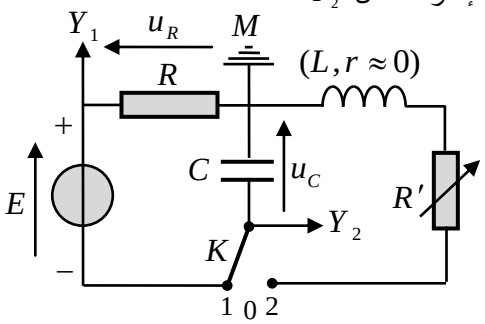
ومنه: $C_2=3,2-1=2,2\mu F$

حل التمرين 41: بكالوريا الجزائر 2017– شعبة ر+ ت رياضي (د ع)

التجربة الأولى:

1) كيفية ربط جهاز راسم الاهتزاز: لاحظ الشكل

ملاحظة: تقلب إشارة المدخل Y_2.



2) المنحنى (a) يوافق تطور التوتر $u_C(t)$.

التعليل: في اللحظة $t=0$، حيث $u_R(0)=E$

وحسب قانون جمع التوترات: $E=u_R+u_C$ يكون: $u_C(0)=0$

المنحنى (b) يوافق تطور التوتر $u_R(t)$.

التعليل: في اللحظة $t=0$: $i(0)=I_0$ وحسب العلاقة $u_R(t)=R\cdot i(t)$

فإن $u_R(0)=(u_R)_{\max}=E$. (تقبل كل الإجابات الصحيحة الأخرى).

3) أ- عبارتي t_1 و t_2:

من معادلة البيان (a) : $u_C(t)=E\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$t_1\longrightarrow u_C(t_1)=E\cdot\left(1-e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right)=0,40E$ ومنه: $t_1=-\tau\cdot\ln 0,6$

$t_2\longrightarrow u_C(t_1)=E\cdot\left(1-e^{-\frac{t_2}{\tau}}\right)=0,90E$ ومنه: $t_2=-\tau\cdot\ln 0,1$

ب- التحقق من أن $\Delta t=t_2-t_1\approx 1,79\tau$ وحساب قيمة τ واستنتاج قيمة R :

من عبارتي t_1 و t_2 السابقتين نجد: $\Delta t=\tau(\ln 0,6-\ln 0,1)=1,79\tau$

من البيان (a) نقرأ: $t_1=5ms$ و $t_2=23ms$

ومنه: $\tau=10ms$ (تقبل الإجابة بتوظيف العبارة Δt فقط).

قيمة R : بالتعريف $R=\frac{\tau}{C}$ ومنه: $R=10\times10^3\Omega=10k\Omega$

<u>التجربة الثانية:</u>

1) نمط الاهتزازات في كل حالة:

* المنحنى (α) : اهتزازات حرة غير متخامدة (نظام دوري).

التعليل: سعة الاهتزاز ثابتة (لا يوجد ضياع في طاقة الجملة).

* المنحنى (β) : اهتزازات حرة متخامدة (نظام شبه دوري).

التعليل: سعة الاهتزاز تتناقص خلال الزمن (يوجد ضياع في طاقة الجملة في مقاومة الدارة بمفعول جول).

* المنحنى (γ) : نظام لا دوري حرج. التعليل: لا توجد اهتزازات.

2) البيان الموافق لكل مقاومة: اعتمادا على ما سبق يوافق:

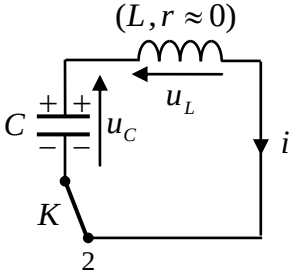
* المنحنى (α) : المقاومة $R'=0$.

* المنحنى (β) : المقاومة $R'=100\Omega$.

* المنحنى (γ) : المقاومة $R'=5000\Omega$.

3) أ- المعادلة التفاضلية لتطور التوتر $u_C(t)$ من أجل $R'=0$:

بتطبيق قانون تجميع التوترات في الدارة المهتزة (LC) :



$$u_C(t)-u_L(t)=0$$

$$u_L(t)=-L\cdot\frac{di(t)}{dt}$$

لكن: $$=-L\cdot\frac{d^2q(t)}{dt^2}$$

$$=-LC\cdot\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}$$

ومنه: $u_C(t)+LC\cdot\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}=0$

أو $\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+\frac{1}{LC}\cdot u_C(t)=0$

ب- عبارتي الثابتين A و B بدلالة مميزات الدارة (LC) :

حل م. ت. السابقة $u_C(t)=A\cdot\cos Bt$، ومنه:

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}=-A\cdot B^2\cdot\cos Bt$$

بالتعويض نجد: $A\cdot\left(\frac{1}{LC}-B^2\right)\cos Bt=0$

المعادلة محققة من أجل: $\frac{1}{LC}-B^2=0$ ومنه: $B=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

في اللحظة $t=0$، المكثفة مشحونة تماما، بالتالي:

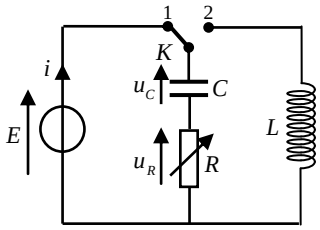
$u_C(0)=A\cdot\cos B\times 0=E$ ومنه: $A=E$

ج- قيمتي الدور الذاتي T_0 للاهتزازات والذاتية L للوشيعة:

من البيان (α)، نقرأ: $2T_0=2,5ms$ ومنه: $T_0=1,25\times10^{-3}s$

بالتعريف: $T_0=2\pi\cdot\sqrt{LC}$ ومنه: $L=\frac{T_0^2}{4\pi^2\cdot C}=0,04H=40mH$

حل التمرين 42: بكالوريا الجزائر 2017- شعبة ر+ ت رياضي (د ع)



1- أ- الظاهرة التي تحدث في المكثفة هي ظاهرة الشحن.

ب- اتجاه التيار المار في الدارة، واتجاه التوترين u_C ، u_R:

2- أ- إيجاد المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$ التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة:

$$u_C+u_R=E$$

$$u_C+RC\frac{du_C}{dt}=E$$

$$\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=\frac{E}{RC}$$

ب- تعيين عبارات A ، B و α بدلالة المقادير المميزة للدارة:

$$u_C(t)=A+B\cdot e^{-\alpha t}\Rightarrow\frac{du_C}{dt}=-B\alpha\cdot e^{-\alpha t}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$-B\alpha\cdot e^{-\alpha t}+\frac{1}{RC}\left(A+B\cdot e^{-\alpha t}\right)=\frac{E}{RC}$$

$$B\cdot e^{-\alpha t}\left(\frac{1}{RC}-\alpha\right)+\left(\frac{A}{RC}-\frac{E}{RC}\right)=0$$

$$\begin{cases}\frac{1}{RC}-\alpha=0\Rightarrow\alpha=\frac{1}{RC}\\ \frac{A}{RC}-\frac{E}{RC}=0\Rightarrow A=E\end{cases}$$

من الشروط الابتدائية:

عند $t=0$ يكون $u_C(0)=0\Rightarrow u_C(0)=A+B=0$

ومنه: $B=-A$

ومنه: $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$

ج- إيجاد وحدة قياس المقدار α في ج. و. د $(S\cdot I)$:

لدينا: $\alpha=\frac{1}{RC}$

بتطبيق قواعد التحليل البعدي نجد:

$$[\alpha]=\frac{1}{[R]\times[C]}=\frac{[I]}{[U]}\times\frac{[U]}{[Q]}=\frac{[I]}{[Q]}=\frac{[I]}{[I]\cdot[T]}=[T]^{-1}$$

3- أ- إيجاد ثابت الزمن للدارة τ :

عند:

$$E_C(\tau)=\frac{1}{2}CE^2\left(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right)^2=E_{C\max}\times(0,63)^2=7,9\times10^{-4}J$$

من البيان $E_C=f(t)$ نجد: $\tau=0,5s$

ب- إيجاد القوة المحركة الكهربائية للمولد: عند اللحظة $t=0$ يكون

$$u_R(0)=u_{R\max}=E=9V$$

جـ- إيجاد سعة المكثفة:

$$E_{C\max}=\frac{1}{2}CE^2\Rightarrow C=\frac{2E_{C\max}}{E^2}=49,4\mu F$$

د- إيجاد مقاومة الناقل الأومي:

$$R=\frac{\tau}{C}=\frac{0,5}{49,9\times10^{-6}}=10,1\times10^3\Omega$$

4- أ- المعادلة التفاضلية لتطور التوتر $u_C(t)$:

بتطبيق قانون تجميع التوترات في الدارة المهتزة (LC):

$$u_C(t)+u_L(t)=0$$

لكن: $u_L(t)=L\cdot\frac{di(t)}{dt}=L\cdot\frac{d^2q(t)}{dt^2}=LC\cdot\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}$

ومنه: $u_C(t)+LC\cdot\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}=0$ أو $\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+\frac{1}{LC}\cdot u_C(t)=0$

ب- تبيان حل المعادلة التفاضلية: حل المعادلة التفاضلية السابقة

$$u_C(t)=A\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)،$$

ومنه: $\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}=-A\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2\cdot\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$

ومنه نجد: $\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}=-\frac{1}{LC}\cdot u_C(t)$ وهو المطلوب.

عبارة الدور الذاتي: $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}$ حيث $\omega_0^2=\frac{1}{LC}$ ومنه: $T_0=2\pi\sqrt{LC}$

عبارة A: عند $t=0$ لدينا $u_C(0)=A=E$

جـ- قيمة الدور الذاتي: $T_0=4\times0,5=2ms$

قيمة ذاتية الوشيعة:

$$L=\frac{T_0^2}{4\pi^2C}=\frac{(2\times10^{-3})^2}{4\pi^2\times50\times10^{-6}}=2\times10^{-3}H=2mH$$

حل التمرين 43: بكالوريا الجزائر 2017-شعبة ر+ ت رياضي (د إ)

1) الظاهرة التي تحدث في الدارة هي ظاهرة التحريض الذاتي (انقطاع التيار تدريجيا).

2) المعادلة التفاضلية: حسب قانون جمع التوترات:

$$u_R+u_b=0$$

$$u_R+L\frac{di}{dt}+ri=0$$

$$u_R+\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}+\frac{r}{R}u_R=0$$

$$\frac{du_R}{dt}+\frac{R+r}{L}u_R=0$$

3) ايجاد عبارة A و α:

الحل هو: $u_R(t)=Ae^{-\frac{t}{\alpha}}$ بالاشتقاق نجد $\frac{du_R}{dt}=-\frac{A}{\alpha}e^{-\frac{t}{\alpha}}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $\alpha=\frac{L}{R+r}=\tau$

ومن الشروط الابتدائية نجد: $u_R(0)=RI_0\Rightarrow A=RI_0$

ومنه الحل هو: $u_R(t)=RI_0e^{-\frac{t}{\tau}}$

- ايجاد عبارة $i(t)$: لدينا $i(t)=\frac{u_R(t)}{R}=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$

4) عبارة الاستطاعة:

$$P(t)=R\cdot i^2(t)=R\cdot(I_0e^{-\frac{t}{\tau}})=R\cdot I_0^2e^{-\frac{2t}{\tau}}=P_{\max}e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

5- أ) برهان المماس: لدينا معامل توجيه المماس

$$a=\left(\frac{dP(t)}{dt}\right)_{t=0}=\left(-\frac{2P_{\max}}{\tau}e^{-\frac{2t}{\tau}}\right)_{t=0}=-\frac{2P_{\max}}{\tau}\cdots\cdots(1)$$

ولدينا معامل توجيه المماس بيانيا: $a=tg\alpha=-\frac{P_{\max}}{t'}\cdots\cdots(2)$

بمطابقة (1) و (2) نجد: $-\frac{2P_{\max}}{\tau}=-\frac{P_{\max}}{t'}\Rightarrow t'=\frac{\tau}{2}$

استنتاج ثابت الزمن: من البيان نجد: $\frac{\tau}{2}=5ms\Rightarrow t=10ms$.

ب) شدة التيار الأعظمي: $P_{\max}=R\cdot I_0^2\Rightarrow I_0=\sqrt{\frac{P_{\max}}{R}}$

ومنه $I_0=\sqrt{\frac{50\times10^{-2}}{50}}=0,1A$

جـ) ايجاد عبارة r و L:

- ايجاد r: $I_0=\frac{E}{R+r}\Rightarrow r=\frac{E}{I_0}-R$ ومنه $r=\frac{6}{0,1}-50=10\Omega$

- ايجاد L: $\tau=\frac{L}{R+r}\Rightarrow L=\tau(R+r)$

ومنه $L=0,01\times(50+10)=0,6H$

6) زمن تناقص الاستطاعة إلى النصف:

لدينا: $t=t_{½}\rightarrow\begin{cases}P(t_{½})=\frac{P_{\max}}{2}\\P(t_{½})=P_{\max}e^{-\frac{2t_{½}}{\tau}}\end{cases}\rightarrow P_{\max}e^{-\frac{2t_{½}}{\tau}}=\frac{P_{\max}}{2}$

ومنه: $e^{-\frac{2t_{½}}{\tau}}=\frac{1}{2}\longrightarrow t_{½}=\frac{\tau}{2}\ln2=3,46ms$

حل التمرين 44: بكالوريا الجزائر 2017-شعبة ر+ ت رياضي (د إ)

I-1) تحديد المنحنى الموافق: المنحنى (a): $\tau_a=4ms$ والمنحنى (b): $\tau_b=16ms$

ونعلم أنه عند وجود النواة داخل الوشيعة يرفع قيمة ذاتيتها، مما يزيد في قيمة τ.

إذن: المنحنى (a) يوافق $i=g(t)$ والمنحنى (b) يوافق $i=f(t)$.

2- أ) مقاومة الوشيعة: $R_T=R+r=\frac{E}{I_0}=\frac{6}{0,12}=50\Omega$،

وبالتالي: $r=50-40=10\Omega$

ب) ذاتية اوشيعة:

- بدون نواة حديدية: $L=\tau_a(R+r)=4\times10^{-3}\times50=0,2H$

- بوجود نواة حديدية: $L=\tau_b(R+r)=16\times10^{-3}\times50=0,8H$

3) حساب مقدار الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة: $\mathscr{E}=\frac{1}{2}LI_0^2$

– وجود نواة حديدية: $\mathscr{E} = \frac{1}{2}\times 0,8\times 0,12^2 = 5,76\times 10^{-3}\,J$

– عدم وجود نواة حديدية: $\mathscr{E} = \frac{1}{2}\times 0,2\times 0,12^2 = 1,44\times 10^{-3}\,J$

التبرير: الاختلاف ناتج عن الاختلاف في الذاتية.

II–1) حساب سعة المكثفة: $C = \frac{Q}{U_0} \Rightarrow C = \frac{2,5}{5} = 0,5\mu F$

2– أ) الاهتزازات حرة غير متخامدة ودورية لأن الجملة لم تتلق الطاقة من الوسط الخارجي والسعة ثابتة (عدم وجود مقاومة).

ب) قيمة ذاتية الوشيعة المستعملة في الدارة المهتزة:

من منحنى الطاقة $\mathscr{E}(t)$ لدينا: $\frac{T_0}{2} = 1ms \Rightarrow T_0 = 2ms$

وعلاقة دور الاهتزازات الحر: $T_0 = 2\pi\cdot\sqrt{L'C}$

ومنه: $L' = \frac{T_0^{\,2}}{4\pi^2\cdot C}$

ت. ع: $L' = \frac{(2\times 10^{-3})^2}{4\pi^2\times 0,5\times 10^{-6}} = 0,2H$

ج) الوشيعة الجديدة غير مماثلة للوشيعة السابقة.

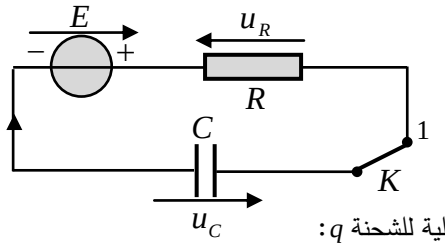
التبرير:

الوشيعة الجديدة: مقاومتها معدومة نظرا لوجود اهتزازات حرة غير متخامدة، رغم أن ذاتيتها تساوي $0,2H$.

حل التمرين 45: بكالوريا الجزائر 2017 – شعبة ع التجريبية (د ع)

1) توضيح الجهة الاصطلاحية للتيار والتوترات:

ملاحظة: تقلب إشارة المدخل Y_2.



2) المعادلة التفاضلية للشحنة q:

لدينا: $E = u_R + u_C$ ومنه $R\cdot i + \frac{1}{C}\cdot q = E$ حيث $i = \frac{dq}{dt}$

ومنه نجد: $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}\cdot q - \frac{E}{R} = 0$

3) عبارة A، B: نشتق الحل نجد $\frac{dq}{dt} = Abe^{-bt}$ بالمطابقة نجد

$$Abe^{-bt} + \frac{A}{RC} - \frac{A}{RC}e^{-bt} = \frac{E}{R}$$

نخلص إلى $A = C\cdot E$ ، $b = \frac{1}{RC}$ (نقبل $A = Q_{\max}$ ، $b = \frac{1}{\tau}$)

4) عبارة شدة التيار: لدينا $i = \frac{dq}{dt}$ بالاشتقاق نجد $i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

5– أ) مقاومة الناقل الاومي:

عند اللحظة $t = 0$ يكون $u_C = 0$ ومنه $u_R = R\cdot I_0 = E$

نجد $R = \frac{E}{I_0} = \frac{6}{4,8\times 10^{-3}} = 1250\Omega$

ب) إثبات قيمة سعة المكثفة: من المماس عند $t = 0$ نجد $\tau = RC$

من البيان $C = \frac{\tau}{R} = \frac{2,5\times 10^{-3}}{1250} = 2\mu F$

6– أ) إثبات المعادلة التفاضلية:

لدينا $u_C + u_L = 0$ ومنه $u_C + L\frac{di}{dt} = 0$ حيث $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$

بالاشتقاق والتعويض نجد $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$

ب) المنحنى الموافق لحل المعادلة التفاضلية هو الشكل–81

التعليل: المعادلة التفاضلية حلها جيبي والوشيعة مثالية (لا تحتوي مقاومة داخلية) حيث لا تستهلك الطاقة ومنه لا يحدث تخامد في الاهتزازات (ثبات في السعة)

ج) حساب ذاتية الوشيعة:

تعطى عبارة الدور الذاتي بالعلاقة: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

ومن المنحنى البياني $T_0 = 2,8\times 10^{-3}s$

بالمطابقة نجد $L = \frac{T_0^{\,2}}{(2\pi)^2\times C} = 0,1H$

د) حساب الطاقة المخزنة في المكثفة: $E(C) = \frac{1}{2}\cdot C\cdot u_C^2(t)$

عند $t = 0$ نجد $E(C) = 3,6\times 10^{-5}\,joules$

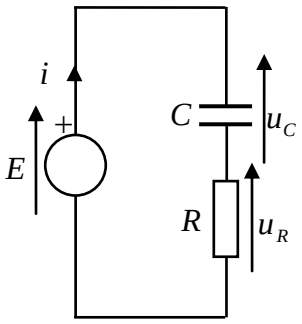
عند $t = \frac{T}{4}s$ نجد $E(C) = 0\,joules$

هـ) التفسير: خلال ربع الدور يتناقص التوتر بين طرفي المكثفة من قيمته الأعظمية ($6V$) إلى الصفر بسب انتقال الطاقة من المكثفة إلى الوشيعة دون ضياع.

حل التمرين 46: بكالوريا الجزائر 2017– شعبة ع التجريبية (دورة إ)

1– أ) الظاهرة الكهربائية: شحن المكثفة

ب)



ج) المعادلة التفاضلية: $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}\cdot u_C = \frac{E}{RC}$

د) $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية.

2– أ) المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار:

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{E}{L}$$

ب) ايجاد عبارة كل من A و B :

$$i(t) = A\cdot e^{-\frac{R}{L}t} + B$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -A\cdot\frac{R}{L}\cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$-A\cdot\frac{R}{L}\cdot e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{R}{L}\cdot\left(A\cdot e^{-\frac{R}{L}t} + B\right) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{R}{L}\cdot B = \frac{E}{L} \Rightarrow B = \frac{E}{R}$$

$$i(0) = A + B = 0 \Rightarrow A = -B = -\frac{E}{R}$$

3- أ) ارفاق كل منحنى بالوضع المناسب للبادلة: شدة التيار في الوشيعة تتزايد مع مرور الزمن بينما

في المكثفة تتناقص وبالتالي البيان (a) يوافق البادلة في الوضع (2)

والبيان (b) يوافق البادلة في الوضع (1) وهو $u_C(t)$

ب- قيم المقادير E ، R ، C و L :

من البيان (b) : $u_{C\max} = E = 6V$

من البيان (a) : $R = \frac{E}{I_{\max}} \Rightarrow R = 500\Omega$

من البيان (b) : $\tau_b = 10ms$

$$C = \frac{\tau_b}{R} \Rightarrow C = 2\times10^{-5}F$$

من البيان (a) : $\tau_a = 1ms$

$$\tau_a = \frac{L}{R} \Rightarrow L = 500mH = 0,5H$$